

NA

11

PLATE

87

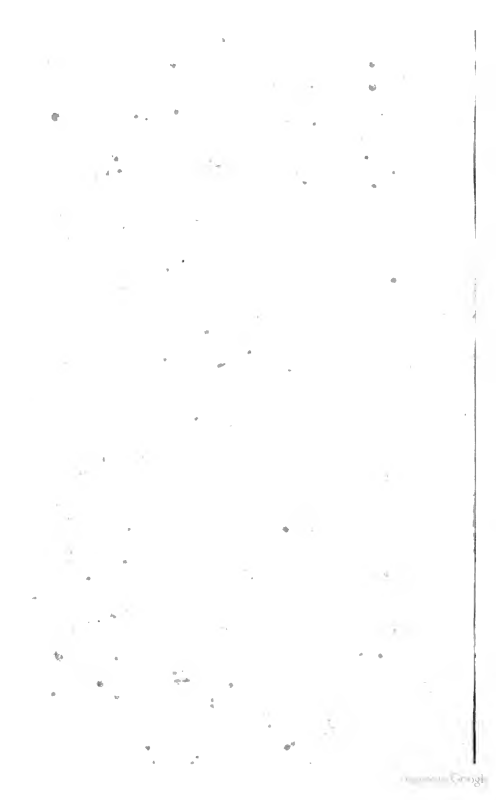
22

11

9809



Polat. XLV. 41



78w

LEZIONI
ELEMENTARI
DI MATEMATICHE
DEL
SIG. ABATE MARIE

Sotto Precettore di S. A. R. il Duca d'Angoulême
e Professor di Matematica nel Coll. Mazzarino.

TRADOTTE DAL FRANCESE

Ed arricchite d'illustrazioni e di aggiunte

DA STANISLAO CANOVA E GAETANO DEL RICCO

DELLE SCUOLE PIE.

Pubblici Professori di Filosofia e Matematica in Firenze.

RISTAMPATE AD USO

DELLA REGIA UNIVERSITA'

DI PALERMO.

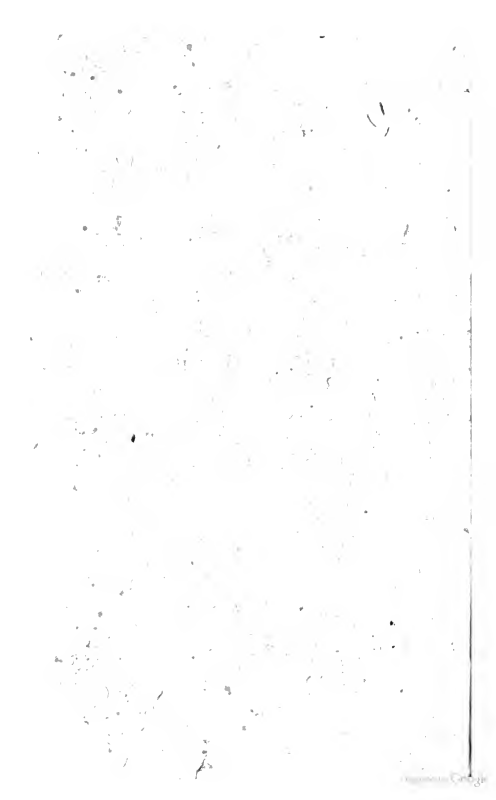
A R I T M E T I C A .

SECONDA EDIZIONE SICILIANA.

IN PALERMO MDCCCXV.

NELLA TIPOGRAFIA DI FRANCESCO ABRATE QU. DOM.





PREFAZIONE.

DEI TRADUTTORI.

Queste Lezioni sono il compimento e la perfezione di quelle del Sig. Ab. DE LA-CAILLE. L' Illustro Sig. Abate MARIE ne ha riformata l' Aritmetica; ne ha rior- dinata ed accresciuta l' Algebra; ne ha rifatta intera- mente la Geometria, la Trigonometria Rettilinea e il trattato delle Sezioni Coniche; vi ha aggiunta la Tri- gonometria Sferica, le Costruzioni Geometriche, il Trat- tato di varie celebri Curve, e gli elementi del Calcolo Differenziale ed Integrale; dando per tutto piuttosto i risultati dei calcoli che i calcoli stessi, e proponendo a luogo a luogo degli eleganti Problemi senza soluzione per esercitar nel calcolo i Principianti e per risvegliare in essi un' utile curiosità.

Nella penuria in cui siamo di Libri Matematici che possan dirsi compiutamente elementari, cioè che senza essere troppo diffusi e troppo spinosi contengano tutti i semi della sublime Analisi e spargano di tanto in tanto lei lampi di quella luce infinita, che fa poi vedersi a chi prosegue il viaggio, noi abbiamo stimato di non po- er meglio profittare degl' incoraggiamenti e della Cle- renza del Protettor generoso delle Lettere e dei talen- i, l' AUGUSTO NOSTRO SOVRANO, quanto col pre- entare ai Giovani che frequentano le Scuole Pie, una itida Edizione Italiana di questo libro prezioso, ove

abbiamo trovato tutto ciò che può metterli in grado di far prontamente i progressi più luminosi nelle matematiche, molta chiarezza e molt'ordine, perpetua necessità di calcolare, dimostrazioni rigorose, metodi generali, vedute grandi e profonde. E' vero che poteva dirsi anche di più; che i Rotti continui, la general Teoria dell'Equazioni, il Calcolo diretta e inverso delle differenze finite, quello delle Variazioni ec. vi sono affatto taciuti, e che il Calcolo Integrale è forse troppo limitato; ma si comprenderà facilmente che con simili Aggiunte l'Opera sarebbe divenuta un Volume incomodo, e le Lezioni uscendo dal rango di Elementari non si sarebbero più potute restringere in un Corso di studj. Ci siamo perciò contentati di cangiar quelle cose che parevano o meno facili o meno chiare e di aggiungerne alcune che abbiamo credute o più necessarie o più opportune. I maggiori cangiamenti si troveranno nel Calcolo dei Decimali nell'Estrazioni delle radici numeriche, nel Metodo per determinare i fattori dell'equazioni ec. L'aggiunte si incontreranno ancor più frequentemente, poichè oltre i compendj per estrar le radici da numeri molto grandi, oltre qualche osservazione sopra certi problemi relativi alle Progressioni Aritmetiche, oltre due metodi assai facili l'uno per la soluzione dei Problemi indeterminati del secondo grado e l'altro per l'Integrazione di molte equazioni differenziali del primo, abbiamo in infiniti luoghi appianata la strada ai Principianti moderando i salti di calcolo talor troppo ardui, e aggiungendo a certe operazioni la ragione di cui mancavano, senza contare più di quaranta Problemi d'Algebra, di Geometria e di Calcolo Infinitesimale che secondando le mire dell'Autore; abbiamo sparsi qua e là per esercizio.

Del resto chiunque getterà lo sguardo su questo

Libro sentirà ben presto la necessità delle Tavole Trigonometriche e di molte altre relative alla prontezza e facilità di calcolare: troverà ancora che l'Opera comprende le sole Matematiche Teoriche e desidererà di vederne l'applicazione alla Pratica. Quanto al primo, possiamo soddisfarlo prontamente, essendosi già cominciata la stampa di un volume di Tavole, parte già impressa altre volte, ma poco comuni, parte molto rare, e parte tutte nuove. Quanto al secondo noi siamo già determinati di raccogliere le più utili e le più belle Pratiche di Matematica in un tal Compendio, che non prolunghi sensibilmente il tempo assegnato al nostro Corso.

Intanto, poichè la Pratica è poco meno che uno stupido meccanismo e guida spesso in gravissimi errori se non abbia per base una consumata Teorica, sarà bene che i nostri Giovani rivolgano seriamente ad essa i lor pensieri. Il dotto Autore di queste eccellenti Lezioni ha scritto in piccol carattere ciò che gli è sembrato men facile; onde volendo apprendere i soli primi Elementi delle Matematiche, basterà impossessarsi di quei precetti che sono esposti in carattere maggiore: ma se si voglia andare più oltre, bisognerà primieramente studiare quanto è contenuto nel maggior carattere, e ripigliar poi in un secondo studio tutto il filo delle Lezioni, guardandosi soprattutto di passar da una cosa ad un'altra senza aver ben inteso ciò che precede.

Noi speriamo che gli Studiosi nell'osservar le scoperte mirabili dei più grandi ingegni che abbia avuti la Terra, di un Newton, di un Leibnitz, de' due Bernoulli, di un Eulero ec., concepiranno in parte i vantaggi di una scienza che può chiamarsi l'apice dell'umano sapere, e che quand'anche non sia sempre per render-

li dei *Professori di Matematica*, li renderà però sempre dei *savj Metafisici* e dei buoni *Ragionatori*, abituandoli al diritto discorso, all'acutezza delle riflessioni, allo spirito d'invenzione, e a tutto ciò che distingue nella Società l'uomo profondo e penetrante dall'uomo incoerente e superficiale.

LEZIONI

ELEMENTARI

DI

MATEMATICHE.

1. Tutto ciò che è suscettibile d'aumento o di diminuzione si chiama *Quantità*: i numeri, l'estensione, il moto, la luce ec. sono tante quantità differenti.

2. Sotto il nome di *Matematiche* si comprendono tutte le scienze che hanno per oggetto le proprietà e i rapporti di queste diverse quantità: ma ognuna di queste scienze ha un nome particolare secondo la natura dell'oggetto, che ella contempla.

3. Così si chiama *Aritmetica* la scienza dei numeri; si dà il nome di *Geometria* alla scienza che insegna a misurare e a paragonare le tre dimensioni dell'estensione, la lunghezza, la larghezza e la profondità: la scienza del moto e dell'equilibrio si chiama *Meccanica*: quella che tratta della luce si chiama *Ottica*.

4. L'*Aritmetica* serve di fondamento a tutte

le parti delle Matematiche: bisogna dunque cominciare questo genere di studio dall'Aritmetica, che è inoltre di un uso sì universale nella Società che non è più permesso d'ignorarne i principj e di non saperne praticare almeno le prime regole.

Si distinguono due specie d'Aritmetica; l'una, che è l'ordinaria, non ha per oggetto che le proprietà e il calcolo de' numeri; l'altra generalmente conosciuta sotto il nome d'*Algebra*, si stende assai più lungi, e abbraccia nella sua generalità il calcolo e i rapporti d'ogni specie di quantità.

La gran facilità con cui dimostra l'*Algebra* una folla di proposizioni di Geometria, e anche tutto ciò che dipende dalle regole di proporzione, ci impegna a collocare gli Elementi d'*Algebra* immediatamente dopo i primi Elementi d'Aritmetica.

ELEMENTI D'ARITMETICA.

5. **T**utti hanno un'idea distinta dell'*Unità*. Quando ogni cosa nella Natura non concorresse ad eccitar quest'idea, il sentimento della propria esistenza basterebbe solo a farla nascere.

La vista di un oggetto qualunque, e la più piccola riflessione sopra noi stessi, bastano per darci questa prima impressione. L'idea poi della pluralità entra in noi per tutti i sensi: i fanciulli medesimi non vi si ingannano.

6. Ma essendo ogni pluralità il risultato delle unità particolari, che concorrono a formarla, si deve sentir ben presto la necessità di immaginare un mezzo di distinguere una pluralità da ogni altra. Questo mezzo, qualunque siasi, si chiama *Numero*, espressione indeterminata, che significa in generale la riunione di molte unità.

7. Per esempio: tre uomini, sei uomini, cento uomini riuniti doveano essere espressi con numeri differenti; e poichè possono concepirsi infiniti uomini, sembra che per esprimere questa infinità di numeri fosse necessaria un'infinità di segni differenti.

8. Ma una semplicissima riflessione dovè far prevedere l'inconveniente di questa moltitudine innumerabile di segni; oltre che la memoria ne sarebbe restata oppressa, i più intrepidi Calcolatori non avrebbero mai potuto vederne il fine.

Perciò si rinunziò a questa molteplicità di segni, e con un ritrovato singolarmente ingegnoso, si venne infine a capo d'esprimere ogni sorta di numeri con la semplice combinazione delle dieci Cifre sì note 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, zero, uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove.

9. La prima nulla significa quando è sola: ma collocata a destra d'un'altra cifra, le dà per convenzione un valore dieci volte più grande: così per esprimer dieci o un'unità di *diecina* si scrive 10; per esprimer venti si scrive 20; e successivamente trenta, quaranta, cinquanta, sessanta, settanta, ottanta, novanta si scrivono così, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.

10. L'altre cifre hanno la stessa proprietà dello zero, cioè ogni cifra collocata a destra d'un'altra la rende dieci volte più grande.

Dunque un'unità semplice può divenire unità di *diecina*, unità di *centinajo*, unità di *migliajo* ec. mettendo uno, due, tre zeri o un'altra cifra qualunque a destra della cifra 1.

Un 5, un 4 e un 6 collocati così, 546 son dunque un'espressione compendiosa del numero cinquecento quaranta sei.

11. Tre cifre così disposte l'una dopo l'altra formano ciò che si chiama la *classe* dell'unità: tre altre cifre poste in dritto alla sinistra di queste così, 921546, formano la classe delle *migliaja*, e si pronunziano „ nove cento vent' un mila cinque cento quaranta sei „; quindi segue pure a sinistra, la classe dei *milioni*, poi quella delle *mi-*

gliaja di milioni, quelli dei bilioni; quella delle migliaia di bilioni, quella dei triloni, quella delle migliaia di triloni ec.

12. Queste classi son tutte composte di tre cifre, la prima delle quali a destra indica sempre unità dell'ordine stesso della classe: così nella prima classe la prima cifra indica unità semplice, nella seconda esprime unità di migliaia, nella terza unità di milioni ec.

La seconda cifra di ciascuna classe indica decine, che prendono il nome dall'altra classe ove si trovano; lo stesso è delle centinaia indicate sempre dalla terza cifra di ciascuna classe.

13. Con questa osservazione e con molto esercizio non vi è numero scritto in cifre che non s'impari presto a pronunziare, nè ve n'è alcuno scritto in lettere che presto non si sappia mettere in cifre. Ecco degli esempj di cui si troveranno i risultati al fin del Libro, onde possano paragonarsi coi proprj.

Sia dunque proposto 1. di assegnare il valor de' numeri.

A	B	C	D	E
05	893	1111	67509	10200701

Sia proposto 2. di mettere in cifre i numeri

F	G	H
tre cento due	otto mila uno	quindici mila sedici
I	K	
cinquanta milioni mille	ventidue mila quattro milioni settantanove.	

Delle Regole dell' Aritmetica.

14. Poichè i numeri son suscettibili d'aumento e di diminuzione, è chiaro che posson soggettarsi a due sorte d'operazioni; l'una con cui s'aumentano, si chiama *somma*, l'altra con cui si diminuiscono, si chiama *sottrazione*. Tutte l'altre operazioni dell'Aritmetica dipendono più o meno da queste due operazioni fondamentali.

Si distinguono due sorte di numeri, gl'*interi* e i *rotti*. I primi son quelli che contengono l'unità senza avanzo, come due, sette, mille. ec.; gli altri non contengono che parti dell'unità, come un mezzo, un terzo, un ventesimo ec. Ora è chiaro che queste due specie di numeri essendo egualmente capaci d'accrescimento o di diminuzione, possono esser soggette alle medesime operazioni. Vediamo primieramente le regole da seguirsi per gl'interi.

Se questi numeri non oltrepassano il dieci, nel qual caso si chiamano *numeri semplici*, non vi è bisogno di regole per calcolarli; ma allorchè si tratta di numeri *composti* bisogna ricorrere a certe operazioni inventate per supplire alla piccola estensione del nostro spirito: ora le più elementari fra queste son d'un'estrema facilità, come vedremo.

Del Sommare.

15. Non vi è alcuna difficoltà per *sommare* cioè raccogliere insieme dei numeri semplici: 5, 7, e 4 raccolti insieme fanno 16; e per abbreviare il discorso, si scrive $5 \rightarrow 7 \rightarrow 4 = 16$. Il segno $\rightarrow$ è il segno destinato alla somma, e si pronunzia più: il segno $=$ significa che vi è egualità, e si pronunzia *eguale*.

Allorchè i numeri da sommarsi son composti di più cifre, per esempio allorchè si cerca la somma di 432, e di 363, ecco la regola da tenersi.

1. *Scrivete questi numeri l'uno sotto l'altro, di modo che le unità siano sotto le unità, le decine sotto le decine, le centinaja sotto le centinaja.*

2. *Tirate una linea al di sotto: e andando da destra a sinistra prendete la somma delle unità; se ella non passa 9, scrivetela sotto la colonna delle unità; se ella sorpassa 9, non vi scrivete che le unità, e riservate le decine per aggiungerle alla colonna seguente.*

3. *Prendete nel modo stesso la somma delle decine, e delle centinaja ec. e scrivetele successivamente al di sotto della colonna corrispondente.* Così nella prima colonna io dico: $2 \rightarrow 3 = 5$, e scrivo 5 al di sotto: nella seconda, $3 \rightarrow 6 = 9$, e vi pongo 9; nella terza $4 \rightarrow 3 = 7$ e vi scrivo 7, e così ho la somma cercata, cioè 795.

 795

Che se si debban sommare questi tre numeri, 6070, 9198, 483, io gli scrivo l'uno sotto l'altro secondo la regola, e dico: $8 + 8 = 16$, $+ 3 = 19$; cioè la somma della prima colonna è 19, o sia una diecina e 9 unità; io non scrivo che 9 al di sotto della colonna delle unità, e terrò conto della diecina nella somma della colonna seguente. Dico dunque $1 + 7 = 8$, $9 = 17$, $+ 8 = 25$; Per la medesima ragione non iscrivo che 5 sotto la seconda colonna, e r† tengo le due diecine per la colonna seguente. Dico dunque $2 + 0 = 2$, $+ 1 = 3$, $+ 4 = 7$, e pongo 7; finalmente dico $6 + 9 = 15$; e perchè questa è l'ultima colonna, io scrivo 15 tutto diseguito. Così la somma cercata è 15759.

Ecco alcune somme da farsi per servir d'esempio.

5783	77756	10376786
4328	3388	789632
5937	9763	589
8521	90257	73
L	M	N

16. Per infallibile che sia questa regola, pur non di rado succede che vi si sbagli nel praticarla. E' dunque molto a proposito il verificarla ricominciando l'operazione; ciò che può farsi col prendere la somma delle colonne di basso in alto, essendo evidente che deve esser la stessa.

Siccome gli errori che sfuggono nel corso dello

operazioni numeriche provengono spesso dalla confusione delle colonne e delle cifre mal fatte, così non può mai esser troppo immaturo l'abito di ben separar le colonne, e di ben formare le cifre. Questa doppia precauzione fa evitare infiniti sbagli.

Bisogna ancora avvertire ad un'altra cagione di errori, che è il dimenticarsi talvolta di aggiungere alla colonna seguente ciò che si è ritenuto sopra di quella che precede.

Della Sottrazione.

17. La sottrazione serve a trovare la differenza di due quantità date. Ora questa differenza è sempre eguale a quello che resta di una di esse quando se ne è tolta l'altra.

Nei numeri semplici si ritrova senza bisogno di calcolo. Per esempio, e chiaro che togliendosi 2 da 5 rimane 3, e che perciò 3 è la differenza che passa fra 2 e 5. Questa operazione si esprime così per abbreviazione, $5 - 2 = 3$; (questo segno $-$ significa meno); parimente $9 - 4 = 5$, e $8 - 7 = 1$.

18. Ecco la regola dei numeri composti. Per sottrarre un numero da un altro, mettete il più piccolo sotto al più grande, come nel sommare, e tirate una linea al di sotto; scrivete poi successivamente sotto ciascuna colonna gli eccessi delle unità, diecine, centinaja ec. del numero superiore sulle unità, diecine, centinaja ec. del numero inferiore, e avrete l'eccesso totale, o la differenza fra questi due numeri.

Così per sottrarre il numero 243 dal numero 695, io gli scrivo prima come ve- 695
 dete . . . dico in seguito: $5 - 3 = 2$, che 243
 pongo sotto la colonna delle unità: $9 - 4 = 5$, che scrivo sotto la colonna delle die- 4,2
 cine: $6 - 2 = 4$, che pongo al posto delle centi-
 naja. La differenza cercata è dunque 452.

E' chiaro in fatti che col pigliar successivamente tutte le differenze parziali si deve aver per risultato la differenza totale: e questo è tutto il fondamento della regola.

19 *Allorchè la cifra inferiore è più grande di quella che le corrisponde nel numero superiore, bisogna aggiungere a questa cifra corrispondente una diecina presa dalla cifra che le sia a canto a sinistra: poi dal numero superiore così aumentato sottrar l'inferiore, e scriverne l'eccesso, ricordandosi che si è per questo effetto diminuita di un'unità la cifra superiore che segue.* Così per sottrarre 58 da 64, dico: $4 - 8$ non si può. Stacco pertanto un'unità dal 6 che trasporto alla colonna delle unità semplici, dove ella val dieci, e aggiungendo queste dieci unità alle quattro altre, dico: $14 - 8 = 6$, che pongo al posto delle unità: poi $5 - 3 = 2$. La differenza è dunque 26.

Con una sottrazione simile a questa si troverebbe che Newton, quest'uomo celebratissimo, visse 84 anni. Era nato nel 1643 e morì nel 1727.

20. Se la cifra che segue a sinistra fosse uno zero, a s'egli stesso fosse seguito da altri zeri, si andrebbe indietro di mano in mano finchè si trovasse una cifra da cui potesse staccarsi un'unità.

Per la decomposizione di quest'unità tutti gli zeri precedenti diventerebbero tanti 9, e resterebbe una diecina da aggiungersi a quella cifra che è più piccola della sua inferiore.

Se si volesse per esempio sottrarre 18 da 200 si direbbe: 0 — 8 non si può. Allora bisognerebbe staccare un'unità dal 2, che 200
si decomporrebbe in dieci diecine, e di 18
queste dieci diecine se ne lascerebbero 9 —
in luogo del secondo zero: la decima tra- 182
sportata nel primo renderebbe possibile la
sottrazione di 8, e si direbbe 10 — = 2; 9 —
1 = 8; 1 — 0 = 1; onde resterebbe 182.

Un Uomo che era debitore di 3000 li-
re ne ha pagate 1296; cosa gli resterà
da pagare? . . . , 0 — 6 non si può. 3000
Stacco pertanto un'unità dal 3. Questa 1296
unità val 1000 = 990 + 10. Io dico —
adunque: 10 — 6 = 4; 9 — 9 = 0: 1704
9 — 2 = 7; 2 — 1 = 1; onde gli re-
stano da pagare lire 1704.

21. Si può ancora, quando la cifra superiore non è assai grande, aggiungerle una diecina senza ricorrere alle seguenti; ma allora per compensare quel che si è aggiunto al numero di sopra, bisogna supporre che la cifra seguente di quel di sotto sia accresciuta di un'unità. Si vede benissimo che ciò è lo stesso.

Ecco alcuni altri esempj.

6000	1798	6532	5002	150001
4000	1653	5421	4573	76385
O	P	Q	R	S

22. Quando una sottrazione è ben fatta bisogna necessariamente che il resto unito al numero sottratto sia eguale al numero da cui si dovrà sottrarre, poichè un tutto qualunque deve essere eguale alle sue parti prese insieme; e di qui si ricava un metodo pronto e facile di verificare la sottrazione. Aggiungete adunque ogni volta il resto al più piccolo numero, ed osservate se la loro somma divenga eguale al più grande.

Della Moltiplicazione.

23. La Moltiplicazione serve a trovare senza gran calcolo la somma d'un numero che si vuole aggiunger più volte a se stesso. Per trovar per esempio la somma di 12 nove volte ripetuto, bisognerebbe fare una colonna di nove 13, e ricercarne la somma, il che sarebbe assai lungo; colla moltiplicazione si trova tutto in un tratto che questa somma è 108.

In quest'esempio si chiama 12 il *Moltiplicando*, 9 il *Moltiplicatore* e 108 il *Prodotto*: in generale il moltiplicando e il moltiplicatore si chiamano le *radici* o i *fattori* del prodotto.

24 Il prodotto è dunque la somma del moltiplicando preso tante volte, quante unità si contengono nel moltiplicatore; o che è lo stesso, il

prodotto contiene tante volte il moltiplicando quante il moltiplicatore contiene l'unità.

25 Se in luogo di scrivere nove 12 in colonna per prenderne la somma si scrivessero dodici 9, è chiaro che si troverebbe la stessa somma 108; d'onde segue che quando si debbono moltiplicar due numeri, si può prender indifferente per moltiplicando quello che piace, l'altro sarà il moltiplicatore, e il prodotto non varierà.

26. Non vi è bisogno di regola per la moltiplicazione dei numeri semplici; si vede facilmente che il prodotto di 2 moltiplicato per 3 è 6, il che si esprime così: 2×3 ovvero $2.3 = 6$ (il segno $\times$, o il punto messo tra due numeri significa moltiplicato per); così $3 \times 4 = 12$; $7 \times 5 = 35$ ec. Bisogna rendersi familiari i prodotti dei numeri semplici se si vogliono praticar prontamente e sicuramente le regole della moltiplicazione. Ecco quelli che sono un poco grandi.

$3 \times 3 = 9$			
$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$		
$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$	
$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$	$6 \times 6 = 36$
$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$	$5 \times 7 = 35$	$6 \times 7 = 42$
$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$	$5 \times 8 = 40$	$6 \times 8 = 48$
$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$	$5 \times 9 = 45$	$6 \times 9 = 54$

$$7 \times 7 = 49$$

$$7 \times 8 = 56 \quad 8 \times 8 = 64$$

$$7 \times 9 = 63 \quad 8 \times 9 = 72 \quad 9 \times 9 = 81$$

v7. Quando si hanno due numeri composti da

moltiplicare, come 32 per 24, bisogna 1. porre quello che si sarà scelto per moltiplicatore (questo è per lo più il minore) sotto il moltiplicando, come nella somma; così pongo 24 sotto 32;

2. bisogna scriver sotto, andando da destra a sinistra, il prodotto di ciascuna cifra del moltiplicando per ciascun cifra del moltiplicatore; così io dico: $2 \times 4 = 8$, scrivo 8; $3 \times 4 = 12$, scrivo 12; quindi scrivo pur da destra a sinistra, cominciando dalla colonna delle decine, il prodotto delle cifre del moltiplicando per le decine del moltiplicatore, e dico: $2 \times 2 = 4$, scrivo 4 sotto la fila delle decine; $3 \times 2 = 6$, scrivo 6 a sinistra;

3. bisogna sommare questi due prodotti, ciò che darà 768 per prodotto totale.

28. Per concepire quest'operazione si può ragionare così: il prodotto di 32 per 24 è evidentemente eguale alle decine e all'unità di 32 prese tante volte quante unità sono in 24, cioè prese 4 volte e 2 decine di volte. Bisogna dunque dire: le unità del moltiplicando prese 4 volte producono 8 unità che scrivo: quindi le 3 decine, del moltiplicando prese 4 volte producono 12 decine, e scrivo 12 alla sinistra di 8; sicchè le 3 decine e le 2 unità di 32 prese 4 volte producono 128.

Passando ora alle 2 decine del moltiplicatore io dico: le 2 unità del moltiplicando prese 2 decine di volte producono 4 decine; scrivo 4 nella seconda colonna a sinistra, perchè 4 esprime decine, onde dee essere nella colonna delle decine. Infine dico: le 3 decine del moltiplicando prese

diecine di volte producono 6 diecine di diecine, cioè 6 centinaja; scrivo 6 dopo 4 onde sia nella fila delle centinaja. Dunque le 3 diecine e le 2 unità del moltiplicando prese 2 diecine di volte, producono 64 diecine o 6 centinaja e 4 diecine. Aggiungo questo prodotto a quello che ho già trovato, per avere il prodotto di tutte le parti del moltiplicando per tutte quelle del moltiplicatore, e questo prodotto totale è 768.

Sia proposto di moltiplicare 564 per 249. Comincio dallo scrivere questi due numeri l'uno sotto l'altro, poi moltiplico tutto il moltiplicando 564 per le 9 unità del moltiplicatore, e dico:

$$\begin{array}{r} 564 \\ \times 249 \\ \hline 5076 \\ 2256 \\ 1128 \\ \hline 140436 \end{array}$$

4 $\times$ 9 = 36, scrivo 6 e porto 3 all'altra fila: 6 $\times$ 9 = 54 e (a cagione del 3 che porto) 54 + 3 = 57, scrivo 7 e porto 5 alla fila seguente: 5 $\times$ 9 = 45, e 5 + che porto = 50, scrivo tutto 50 perchè la moltiplicazione per la prima cifra 9 è finita.

Passo quindi alle 4 diecine del moltiplicatore per le quali moltiplico 564 dicendo: 4 $\times$ 4 = 16, scrivo 6 nella fila delle diecine e porto 1: 6 $\times$ 4 = 24 + 1 = 25, scrivo 5 e porto 2; 5 $\times$ 4 = 20, + 2 = 22, scrivo 22.

Infine moltiplico 564 per le 2 centinaja del moltiplicatore dicendo: 4 $\times$ 2 = 8, scrivo 8 nella fila delle centinaja; 6 $\times$ 2 = 12, scrivo 2 e porto 1; 5 $\times$ 2 = 10, + 1 = 11, scrivo 11.

Prendo la somma di questi differenti prodotti ed ho 140436 per prodotto totale.

29. Quando vi è uno o più zeri al fine dell'

uno o dei due numeri dati, si abbrevia l'operazione moltiplicando le altre cifre solamente e aggiungendo al prodotto tanti zeri quante sono al fine del moltiplicando o del moltiplicatore o d'ambidue: così per moltiplicar 120 per 120 si metteranno due zeri dopo $144 = 12 \times 12$, e si avrà per prodotto 14400; perchè è chiaro che diecine moltiplicate per diecine producono centinaia: ora si hanno qui 12 diecine da moltiplicarsi per 12 diecine; dunque il loro prodotto dee essere 144 centinaia = 14400. Si troverebbe del pari che $406000 \times 10700 = 4344200000$.

Ecco alcuni esempj di moltiplicazioni già fatte

<u>5874</u>	<u>886633</u>	<u>466</u>	<u>1000000</u>
685	777	1002	1000
<u>29570</u>	<u>6206431</u>	<u>932</u>	<u>1000000000</u>
46992	6406471	46600	
<u>35244</u>	<u>6206431</u>	<u>466932</u>	
4023690	688913841		

Eccone alcune altre da farsi

<u>3020804</u>	<u>55554444</u>	<u>987654321</u>
570508	88979765	123456789
T	V	X

Per conoscere se la moltiplicazione è ben fatta si può, finchè si sappia la divisione, cangiar l'ordine dei numeri dati, cioè del moltiplicatore fare il

moltiplicando e reciprocamente, perchè dee sempre aversi lo stesso prodotto.

30. Può anche usarsi la prova del 9, operazione ingegnosa e pronta che è bene sapere. Ecco in che consiste..

1. Sommate le cifre del moltiplicando come se fossero semplici unità, e dalla lor somma togliete il 9 quante volte potrete; vi resterà un numero minor di 9, o nulla; nel primo caso scrivete la cifra che vi resta, e nel secondo scrivete zero.

2. Fate lo stesso alle cifre del moltiplicatore e scrivete il secondo resto sotto il primo.

3. Moltiplicate i due resti e dal prodotto togliete il 9 al solito; avrete un terzo resto che scriverete accanto ai due primi.

4. Sommate le cifre del prodotto, come si è fatto a quelle dei fattori, togliete dalla somma tutti i 9 che contiene, e scrivete il quarto resto sotto al precedente.

Se la moltiplicazione è giusta, l'ultimo resto e penultimo debbono essere eguali.

Per esempio: vorrei sapere se 97350 è il vero Prodotto di 354 per 75.

Sommo le cifre del moltiplicando e dico: $3 + 5 + 4 = 12$; ne tolgo il 9, e resta 3 che serbo.

Sotto al 3 scrivo 5 che proviene dalle cifre del moltiplicatore.

3 1 9

Moltiplico il primo resto 3 per il secondo resto 5, e tolgo 9 dal prodotto 15; scrivo il resto 6 a canto a 3.

Infine sommo le cifre del prodotto 97350, e trovo che toltine i 9 resta 6 come nell'ultima sot-

trazione; di qui concludo che l'operazione sta bene. Ecco il fondamento di questa conclusione.

31. Togliendo da 10, da 100 da 1000 ec. tutti i 9 che vi son contenuti, è chiaro per la natura stessa della nostra Aritmetica che resterà sempre 1. Facendo la medesima operazione sul 20, sul 200, sul 2000 ec. si troverà costantemente 2 per residuo. In generale ogni numero espresso per una cifra seguita da uno o più zeri darà sempre questa cifra per resto dopo la soppressione dei 6 che questo numero contiene.

Ora non vi è alcun numero che non possa decomporci, toltane l'unità, in numeri interi e decimali. Per esempio il moltiplicando 354 può decomporci in $300 + 50 + 4$; si troverà dunque lo stesso resto togliendo i 9 dalla somma di $3 + 5 + 4$ sommati insieme come unità semplici, che se si fossero tolti successivamente da $300 + 50 + 4$. Lo stesso dicasi del moltiplicatore 275; e questo è il fondamento delle due prime parti della regola.

Posto ciò, osservo che moltiplicando un numero, nel quale il 9 è contenuto un certo numero di volte senza resto, per un altro numero che contenga parimente il 9 senza resto, anche il prodotto deve contenerlo così.

Se dunque 354 lo contiene con un resto 3, e 275 lo contiene con un resto 5, il loro prodotto deve contenerlo necessariamente con un resto 15. Sopprimendo dunque il 9 contenuto in questo resto 15 deve restar 6, e tanto è rimasto appunto togliendo tutti i 9 da 97350.

Questo è il fondamento della quarta parte della regola. Eccovi quello della terza.

Per sapere ciò che resta del prodotto di due numeri qualunque dopo la soppressione di tutti i 9, basta moltiplicare il resto del moltiplicando per quello del moltiplicatore, e sottrarre da questo prodotto i 9 che egli contiene. Il resto sarà sempre quel che si cerca.

Ciò può dimostrarsi generalmente in questa maniera. Sia il moltiplicando $\equiv 9B + m$: e il moltiplicatore $\equiv 9C + n$. (B e C esprimono i numeri delle volte che i due fattori contengono il 9: m ed n rappresentano i due resti). Il prodotto sarà $81BC + 9Cm + 9Bn + mn$. Ora i tre primi termini di questo prodotto sono evidentemente divisibili senza resto per 9. Se ancora il quarto sarà così, tale sarà del pari tutto il prodotto. Se poi dalla divisione di mn per 9 risulta un resto, egli sarà quello che si cerca. Dunque per sapere ec.

Io suppongo che si sia trovato 265325592 per prodotto di 65464 $\times$ 4053, e che si voglia verificarlo. Il primo resto è 7, il secondo è 3: il loro prodotto è 21; il suo resto è 3; ma quello del prodotto è parimente 3. Dunque l'operazione è ben fatta.

32. Osservate 1- Che per abbreviare si possono sottrarre i 9 a misura che se ne trovano nel sommare. 2. Che il 3 può servire egualmente che il 9. 3. Che vi sono due errori da evitarsi. L'uno che consiste nella trasposizione delle cifre del prodotto totale, come se in luogo di scrivere 97360, si scrivesse 79350, o 57903 ec. L'altro che è di

mettere in questo prodotto degli zeri in luogo dei 9, o di lasciare i 9, e nulla mettere in loro luogo. In fatti allora il risultato della verifica- zione sarebbe il medesimo, e intanto i prodotti sareb- be- to molto diversi. Ma errori difficili a commettersi non debbono impedir l'uso di una regola co- sì spe- dita. Del resto la divisione è quella che tende di- retta- mente a verificar la moltiplicazione.

Della Divisione.

33. La divisione serve a trovar quante volte un numero è contenuto in un altro; e siccome egli non vi può esser contenuto se non tante volte, quante ne può esser sottratto, così la divisione è un mezzo compendioso di far queste sottrazioni.

Per sapere quante volte il 12 contiene il 4, il modo più naturale è quello di toglier 4 da 12; resta 8; di nuovo 4 da 8; resta 4; finalmente 4 da 4; resta zero; dal che si vede che la quantità 12 è esaurita dopo che il 4 ne è tolto 3 volte, e che perciò il 12 contiene il 4 precisamente 3 volte; ma questo metodo sarebbe troppo lungo se i numeri fossero molto grandi. Si è dunque imma- ginato un mezzo di trovare speditamente quante volte una quantità chiamata il *Dividendo* contenga un'altra quantità chiamata il *Divisore*. Si chiama *Quoziente* il numero, che esprime quante volte il dividendo contenga il divisore.

In questo esempio 12 è il dividendo, 4 il di- visore e 3 il quoziente.

34. Segue da queste nozioni 1. Che il dividen-

do contiene tante volte il divisore, quante volte il quoziente contiene l'unità.

35. II. Che il divisore preso tante volte quante il quoziente contiene l'unità, deve essere eguale al dividendo (poichè allora viene a rimettersi il divisore tante volte quante si è tolto, il che dee ristabilire il dividendo), o che è lo stesso, il prodotto del divisore per il quoziente è uguale al dividendo.

Dunque 1. Per saper se un quoziente è esatto bisogna moltiplicarlo per il divisore e paragonarne il prodotto col dividendo.

Ora si può riguardare il dividendo come il prodotto d'una moltiplicazione di cui il divisore e il quoziente sono i fattori. Sicchè dividere il dividendo per il divisore per averne un quoziente, è lo stesso che dividere un prodotto per un de'suoi fattori per aver l'altro fattore. Dunque

2. Quando si conosce un prodotto e un fattore di questo prodotto, bisogna per trovar l'altro fattore dividere il prodotto per il fattore cognito.

36. III. Per l'operazione precedente il 12 si trova diviso in tre parti eguali di cui ciascuna è 4: e genera'mente, per dividere una quantità in un dato numero di parti uguali, bisogna dividerla per questo numero di parti; il quoziente esprime di qual grandezza è ciascuna di queste parti.

Posto ciò scorriamo i differenti casi della Divisione. Essi son tre; il primo è quando il dividendo ed il divisore sono ambedue numeri semplici, come se si proponesse di dividere 8 per 4. Il secondo allorchè il dividendo è un numero compo-

sto, e semplice il divisore: come 7953 da dividersi per 3. Il terzo è il più ordinario ed il solo che abbia qualche difficoltà; cioè quando il dividendo ed il divisore sono ambedue numeri composti, come 147475 da dividersi per 362.

Primo caso della Divisione.

37. Quando il dividendo ed il divisore son numeri semplici si trova il quoziente senza operazioni. Per esempio si vede che 8 contiene 4 precisamente due volte, o che il quoziente di 8 diviso per 4 è 2. Per brevità si scrive il divisore sotto il dividendo, e si separano con una linea che si-

gnifica diviso per: così $\frac{4}{8} = 2$ significa che 8

diviso per 4 è uguale a 2; similmente $\frac{9}{3} = 3$.

Quando non si trova un quoziente esatto (come se si volesse divider 9 per 4, dove si vede che il 9 contiene il 4 più di 2 volte, ma meno di 3, e che perciò il quoziente vero è fra 2 e 3) allora si scrive per quoziente il più piccolo dei due numeri fra i quali si deve trovarsi il vero quoziente: si moltiplica questo numero per il divisore, si toglie del dividendo il prodotto di questa moltiplicazione, e si ha un resto che si scrive allato al quoziente mettendo il divisore al di sotto di questo resto con una linea tramezzo. Per esempio, biso-

gna dire: 9 contiene, due volte e più, ma non tre volte: scrivo dunque 2 per quoziente e dico:

$$2 \times 4 = 8, \text{ indi } 9 - 8 = 1 \text{ ed ho } \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4} \text{ il}$$

il che significa, che 9 diviso per 4 ha 2 per quoziente, ma resta ancora una delle unità del 9 da

dividersi in quattro parti. Similmente $\frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$,

$$\frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}, \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}.$$

38. Osservazioni. I. La divisione consiste in tre operazioni. 1- Si divide il dividendo per il divisore per avere un quoziente; 2. si moltiplica il divisore per il quoziente per avere un prodotto; 3. si toglie questo prodotto dal dividendo per avere un resto.

II. Se il divisore è più grande del dividendo, come sarebbe se si dovesse dividere 4 per 7, al-

lora si scrive $\frac{4}{7}$ come un resto di divisione, e que-

st'espressione rappresenta il quoziente.

Queste sorte di quozienti o questi resti di divisione, oppure generalmente tutte le espressioni

indicanti una divisione per mezzo di una linea frap-
posta a due quantità scritte l'una sotto l'altra, si
chiaman *Rotti* o *Frazioni*.

III. Una quantità che si può dividere esatta-
mente e senza resto per un'altra, è *multipla* di
quest'altra quantità. Così 8 è multiplo di 4 e di
2; 12 è multiplo di 6, di 4, di 3 e di 2; ogni
numero è multiplo dell'unità: ma 8 non è multi-
plo di 7 nè di 6 nè di 5. Similmente l'11 non è
multiplo d'alcun numero intero maggior dell'1.

IV. La quantità della quale un'altra è multipla,
si chiama una *parte aliquota* di questo multiplo,
così 4 e 2 sono gli aliquoti di 8, come 3 e 5 son
gli aliquoti di 15 ec.

V. Ogni numero intero, che non è multiplo di
alcun altro numero intero maggiore dell'unità, si
chiama *numero primo*. In varj Autori si trovano
delle Tavole di questi numeri. Ecco qui i minori
del 500.

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29,
31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73,
79, 83, 89, 97.

101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137,
139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181,
191, 193, 197, 199.

211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251,
257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293.

307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349,
353, 359, 367, 373, 379, 383, 385, 397.

401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443,
449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491,
499.

Si può vedere nel 5. Volume delle memorie di Matematica e di Fisica presentato all'Accademia Reale delle Scienze (pag. 485) il metodo dato da M. Rallier des Qurmes per trovar tutti i numeri primi che si vorranno. Questo metodo quantunque indiretto è molto semplice.

Il celebre Giovanni Bernoulli ne avea già dato un'altro (Tomo I, pag: 90. delle sue Opere). Esso è fondato sulla proprietà comune a tutti i numeri primi eccettuato il 2 e il 3, di non differir che d'un'unità dal 6, o da' suoi multipli; ciò che non è per altro cosa reciproca.

Poco dopo furono impresse a Berlino delle Tavole che contengono tutti i numeri primi dall'1 fino al 102000, Se ne deve l'edizione a M. Lambert, Geometra riguardevole e infaticabile Calcolatore.

Secondo Caso della Divisione.

39. Quando il dividendo è un numero composto e il divisore un numero semplice, 1. ecco quante volte il divisore è contenuto nella prima cifra del dividendo andando da sinistra a destra (poichè così si fa sempre la divisione): 2. scrivo la cifra che esprime questo numero di volte sotto alla corrispondente del dividendo: 3. cangio in decine l'avanzo, se vi è, e l'unisco al numero seguente; dopo di che ricomincio le stesse operazioni finchè giungo a divider successivamente tutte le cifre del dividendo.

Così per dividere 7953 per 3, scrivo 3 — 7953
vo primieramente il divisore a sinistra 2651
del dividendo e poi dico: in 7 quante
volte entra il 3? due volte; scrivo 2 sotto il 7;
unisco l'avanzo 1, cangiato in 10, al 9 seguente,
onde sia 19, e dico: in 19, quante volte il 3; sei
volte; scrivo 6 sotto il 9, e il resto 1 unito alla
cifra seguente fa 15. Nel modo stesso trovo 5 per
quoziente senza resto, e poi 1 per quoziente senza
resto; d'onde concludo che 3 è contenuto 2651 vol-
te esattamente in 7953. Per assicurarmene! mol-
tiplico 2651 per 3, e poichè ritrovo il dividendo,
l'operazione è ben fatta.

Ecco qualche altro esempio.

$$\begin{array}{ccccccc} 12538 & = & 6269.8764 & = & 1752\frac{4}{5} & ,97593 & = & 13941\frac{6}{11} \\ \hline 2 & & 5 & & & & 7 & & 11 \end{array}$$

40. Osservazioni. I. Si comincia la divisione a sinistra affinchè i resti delle prime cifre, se vi sono, possano unirsi alle cifre seguenti: cominciando a destra bisognerebbe spesso tornare indietro.

II. Se la prima cifra del dividendo è più piccola del divisore, bisogna cercar quante volte questo è contenuto nelle due prime del dividendo.

III. Quando fatta una divisione non vi è resto e la cifra seguente è minor del divisore, si mette zero nel quoziente, e questa cifra avanzata si unisce al solito con la seguente se vi è. Si mette

zero nel quoziente per conservare il valor rispettivo dell'altre cifre.

IV. Ogni resto dee esser più piccolo del divisore: bisogna dunque ricominciare la divisione e farla meglio quando si trova un resto eguale o maggiore del divisore.

V. Non si può mai metter più di 9 nel quoziente, perchè la nostra Aritmetica è decimale.

Terzo Caso della Divisione.

41 Se il dividendo e il divisore son numeri composti, se per esempio si dee dividere 147475 per 362, si comincerà dallo scrivere questi due numeri come sopra; poi si cercherà quante volte il divisore 362 è contenuto nel dividendo 147475. Si dirà dunque: le tre prime cifre 147 del dividendo non contengono le tre cifre del divisore (astraendo per ora dal valor relativo di 147 che nell'esempio presente esprime migliaia): bisogna dunque prendere le prime quattro 1474. e cercare quante volte vi è contenuto 362, cioè si dirà: il 3 in 14 entra 4 volte col resto 2, che con la cifra seguente dà 27, e il 6 (seconda cifra del divisore) entra pur 4 volte in 27 col resto 3, che unito alla seguente cifra 4 dà 34 in cui l'ultima cifra 2 del divisore entra pur 4 volte; scrivo dunque 4 nel quoziente, che si pone lungo una linea condotta sul dividendo. Moltiplico il divisore 362 per il quoziente

Aritm.

G

$$\begin{array}{r}
 141 \\
 47 \overline{) 147475} \\
 \underline{362} \\
 141 \\
 \underline{2673} \\
 141
 \end{array}$$

trovato 4 e ne sottraggo a mente il prodotto dal dividendo 1474 dicendo: $4 \times 2 = 8$, e sottraendo da 4 (21), si ha il resto 6 e si porta 1; $4 \times 6 = 24$, $+ 1 = 25$, e sottraendo da 7 si ha il resto 2 e si porta 2; $3 \times 4 = 12$, $+ 2 = 14$, e sottraendo da 14 si ha il resto 0, in cui luogo si segnano due piccole lineette come nell'esempio.

A canto al resto 26 abbasso la quinta cifra 7 che segno con un punto per riconoscere di mano in mano ove io sono, e ho da dividere 267 per 362, il che non essendo possibile, scrivo 0 nel quoziente.

Quindi abbasso a canto di 267 l'ultima cifra 5, e ho da dividere 2675 per 362. Dico dunque: il 3 in 26 entra 8 volte col resto 2 che unito alla seguente cifra 7 dà 27: ma il 6 in 27 non entra 8 volte; torno dunque in dietro e dico: il 3 in 26 entra 7 volte col resto 5 che unito al seguente 7 dà 57: ora il 6 in 57 entra pur 7 volte con l'avanzo 15 che con la seguente cifra 5 dà 155, in cui entra pur 7 volte l'ultima cifra 2 del divisore, scrivo dunque 7 nel quoziente, e per 7 multiplico il divisore 362 dicendo: $2 \times 7 = 14$, e sottraendo da 5 (21), si ha il resto 1 e si porta 1; $6 \times 7 = 42$, $+ 1 = 43$ e sottraendo da 7 si ha il resto 4 e si porta 4; $3 \times 7 = 21$, $+ 4 = 25$ e sottraendo da 26 si ha il resto 1, e il quo-

ziente completo è 407 $+ \frac{141}{362}$, che si pro-

nunzia così: cento quarant'uno tre cento sessanta due simi.

Altro esempio. Si domanda il quoziente di 790758 diviso per 394.

Prendo 790 per primo membro di divisione e dopo aver messo un punto sotto lo 0, dico: il 3 in 394 — 790758
7 entra 2 volte col resto 1, che con la cifra seguente dà 19, e il 9 in 19 entra pur 2 volte col resto 1 che con la cifra seguente dà 10, e il 4 in 10 entra pur 2 volte, onde scrivo 2 nel quoziente e moltiplicando 394 per 2, dico: $2 \times 4 = 8$, e sottraendo da 0 (21), si ha il resto 2 e si porta 1: $2 \times 9 = 18$; $2 \times 1 = 19$, e sottraendo da 9 resta 0, e si porta 1; $2 \times 3 = 6$, $2 \times 1 = 7$, sottraendo da 7 resta 0.

A canto al resto 2 abbasso la quarta cifra 7, e poichè la divisione non è possibile, scrivo 0 nel quoziente e abbasso la quinta cifra 5, e qui pure non potendosi far la divisione, scrivo 0 nel quoziente e abbassata l'ultima cifra 8, dico: il 3 in 27 entra 9 volte; ma il 9 in 5 non entra 9 volte; torno dunque indietro dicendo: il 3 in 27 entra 8 volte col resto 3 che con la cifra seguente dà 35: ma il 9 in 35 non entra 8 volte; torno dunque nuovamente indietro e dico: il 3 in 27 entra 7 volte col resto 6, che con la cifra seguente 5 dà 65; il 9 in 65 entra pur 7 volte col resto 2 che con la cifra seguente 8 dà 28; il 4 in 28 entra ancor 7 volte; scrivo dunque 7 nel quoziente; e moltiplicando 7 per 394 e sottraendo a mente al solito (21), non si ha alcun resto, onde il quoziente dimandato è 2007 senza resto.

42. La riprova di queste operazioni si fa ag-

*

giungendo l'ultimo resto della divisione al prodotto del divisore per il quoziente: la lor somma dee eguagliare il dividendo. Poichè se è vero per esempio che 362 sia contenuto 407 volte in 147475 col resto 141, non bisogna egli che $362 \times 407 + 141 = 147475$?

43. Può anche farsi la riprova sopprimendo i 9 contenuti 1. nel divisore, 2. nel quoziente, 3. nel prodotto dei loro resti, 4. nel dividendo; poichè i due ultimi resti debbono essere uguali come nella moltiplicazione. Solo si osservi che quando la divisione non si è potuta far senza resto, bisogna sommar questò resto col prodotto del resto del divisore per quello del quoziente, e toglier da questa somma i 9 che contiene.

Verifichiamo con questo metodo il penultimo quoziente. Il resto del divisor 362 è 2, e anche quello del quoziente 407 è 2; il $2 \mid 1$ lor prodotto è 4: il resto 141 dà 6, che — — aggiungo a 4; la somma è 10, e tolto il $2 \mid 1$ 9 resta 1 che dee pur restare dal dividendo 147475 se l'operazione sta bene, come resta effettivamente.

44. Osservazioni. I. Quando il dividendo e il divisore son terminati da zeri, se ne può togliere all'una e all'altro lo stesso numero, e dividere il resto colle regole precedenti. Così dovendo dividere 417000 per 2500, divido solamente 4170 per 30 25, e il quoziente è 166—. Per dividere 43495000 25 per 2850000 divido solamente 43495 per 2850, ed

No 15 $\frac{745}{2850}$. Similmente il quoto di 100000 diviso

per 1700 è 58 $\frac{14}{17}$.

Il Quando il divisore il solo che termini in zeri, si abbrevia la divisione separando alla fine del dividendo tante cifre, quanti sono gli zeri in fine del divisore: dipoi si dividon le rimanenti per quelle che restano nel divisore, si unisce il resto, se vi è, a sinistra colle cifre già separate, e se ne fa una frazione. Per esempio avendosi da dividere 238873 per 3600, divido 2388 per 36, e trovo per quoziente 66 coll'avanzo 12; dico dunque

che il quoziente cercato è 56 $\frac{1273}{3600}$. Il quoziente

di 324755 diviso per 300 è 1082 $\frac{155}{300}$. Il quozien-

te di 843554 diviso per 1000 è 843 $\frac{554}{1000}$.

III. Da tutto ciò si deduce che la divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione, e che per conseguenza queste due regole posson servirsi scambievolmente di riprova.

IV. Per imparare in poco tempo la pratica della divisione, cominciate dal moltiplicare un numero per un altro. Dividete dipoi il prodotto loro per un de' due (ordinariamente per il maggiore per far più presto): voi troverete sempre per quo-

ziente l'altro senza residuo. Saprete dunque ogni volta qual cifra si debba mettere al quoto, ed acquistarete così una pronta facilità di dividere tutti gli numeri.

V. Prendendosi a caso un qualsisia dividendo ed un divisore, si può scommettere tutto il divisore meno 1, contro 1, che la divisione non succederà senza resto.

VI. Il quoziente deve aver tante cifre quanti sono i membri della divisione: ora il numero di questi membri è sempre determinato da quello dei punti i quali si mettono sotto ciascheduna delle loro ultime cifre. Si può dunque sino dal primo membro della divisione sapere il numero delle cifre che deve avere il quoziente.

Ecco alcune divisioni già fatte :

$\begin{array}{r} \overline{) 2225} \\ 21 \overline{) 46728} \\ \hline = 47 \\ = 52 \\ 108 \\ = (5) \end{array}$	$\begin{array}{r} \overline{) 8369} \\ 8640 \overline{) 72312146} \\ \hline 51921 \\ 60014 \\ 81746 \\ (3986) \end{array}$
--	---

Eccone alcune altre da farsi

$\begin{array}{r} \text{Y } 2567875 \\ \hline 2568 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Z } 38678267 \\ \hline 99887 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{A } 700200031 \\ \hline 683679 \end{array}$
---	---	---



DEI ROTTI.

Della Natura dei Rotti in generale, del loro valore e del loro paragone.

Una quantità qualunque è divisibile in due metà, in quattro quarti, in cinque quinti ec., e la riunione di queste parti è quella sola che riproduce tutta la quantità: dunque se non si riuniscono tutte, mancherà qualche cosa a questa quantità. Non se ne avrà dunque allora che una porzione più o meno grande, e questa porzione in generale si chiama *Rotto* o *Frazione*.

46. L'idea di rotto o frazione comprende pertanto la *specie* e il *numero* delle parti che vogliono prendersi per avere una porzione più o meno gran-

de di una tale o tal quantità. Così $\frac{1}{3}$ significa ,

che divisa in 3 parti eguali l'unità, non se ne son

prese che una; la frazione $\frac{4}{5}$ esprime che divisa

l'unità in 5 parti eguali se ne son prese 4, ec.

Il numero o termine superiore si chiama il *numeratore* del rotto, e l'inferiore si chiama il *de-*

nominatore; così nel rotto $\frac{4}{5}$ il numeratore è 4 e

il denominatore è 5.

47. Un rottó propriamente detto è dunque una quantità minore dell'unità perchè il suo numeratore è più piccolo del denominatore. Frattanto si trovano molto spesso dell'espressioni in forma di rottó, il cui numeratore è eguale o talvolta ancora più grande del denominatore. Quando son eguali ambedue la frazione è eguale all'unità; per esempio

$\frac{4}{4}$ significa che d'un'unità divisa in 4 parti eguali

se ne son prese appunto 4, cioè, come è chiaro,

si è presa l'intera unità, e che perciò $\frac{4}{4} = 1$.

Nel modo stesso $\frac{11}{11} = 1$; $\frac{99}{99} = 1$ ec. Quando poi

il numeratore supera il denominatore, allora il va-

lor del retto supera l'unità: così $\frac{12}{4} = 3$; $\frac{49}{7} = 7$;

$\frac{103}{20} = 5 \frac{3}{20}$ ec.

48. Non è sempre facile il riconoscere a colpo d'occhio quale di due frazioni sia la più grande, se esse non abbiano un numeratore medesimo o uno stesso denominatore. Per esempio non si vede subito quale sia il maggiore di questi due rottó

$\frac{4}{3}$ e $\frac{5}{7}$. Ma 1. Se essi hanno uno stesso nume-

ratore, quello che avrà un più piccolo denomina-

tore sarà più grande; così è chiaro che il rotto

$\frac{1}{2}$ è maggiore del rotto $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ è maggior di $\frac{1}{5}$

$\frac{2}{3}$

— ec.

7

2. Se poi hanno il medesimo denominatore, allora il più grande è quello che ha il più gran

numeratore. In fatti è evidente che $\frac{2}{3}$ son più che

$\frac{1}{3}$, e $\frac{3}{8}$ più che $\frac{1}{8}$.

49. Se una quantità è doppia, tripla o centupla d'una'altra, la metà della prima sarà primamente doppia, tripla o centupla della metà della seconda. Il terzo, il quarto, il millesimo, o qualsivoglia altra parte della prima sarà parimente doppia, tripla o centupla del terzo, del quarto, del millesimo, e in generale della parte corrispondente della seconda. D'onde segue che le parti simili di due o più quantità hanno fra di loro sempre il rapporto medesimo de' loro interi,

50. Il valor d'un rotto non muta adunque mai o si dividano o si moltiplichino i suoi due termini per un medesimo numero; in conseguenza vi è un'infinità di rotti dello stesso valore benchè espressi in termini differenti.

Esempj, $\frac{36}{72} = \frac{18}{36} = \frac{6}{12} = \frac{3}{6}$; come è evi-

dente. Il secondo rotto vien dai due termini del primó, ambedue divisi per 2, il terzo da quei del secondo divisi per 3, e il quarto da quei del terzo

divisi per 6, che han dato $\frac{1}{2}$, frazione eguale vi-

sibilmente alle precedenti. Si sarebbe avuto immediatamente questo risultato dividendo i termini della prima frazione per 36.

$$\text{Similmente } \frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{30}{45} = \frac{210}{315} = \text{ec.}$$

ma il valutare un rotto è più facile assai nei piccoli numeri che nei grandi: in fatti $\frac{2}{3}$ hanno un

valor più chiaro che $\frac{210}{315}$. Perciò un metodo per

trovare in tutti i casi che ne son suscettibili l'espression più semplice di rotto, non può non essere utilissimo. Questo metodo noi lo spiegheremo parlando del calcolo dei rottí.

Del Calcolo dei Rotti; e primieramente di alcune operazioni preliminari.

Oltre quattro regole ordinarie da noi spiegate nel calcolo dei numeri interi, ve ne sono alcune altre particolari per i Rotti. Esse consistono 1. nel trasformare in un rotto un qualunque numero intero; 2. (e questa è la più in uso) nel ridur

più rotti allo stesso denominatore; 3. nel ridurre un rotto qualunque alla più semplice espressione. Si vedrà in breve l'utilità di queste regole.

51. *Trasformar gli interi in rotti.* Si dà a un intero la forma di un rotto col dargli 1 per denominatore: così il 6 ridotto in frazione è $\frac{6}{1}$,

$$8 = \frac{8}{1} \text{ ec.}$$

Si può ancora ridurlo a un rotto che abbia un denominatore qualunque. A tale effetto si moltiplica l'intero per il denominatore scelto, e il prodotto è il numero della frazione; così per ridurre 6 ad un rotto che abbia 7 per denominatore

si scriverà $\frac{42}{7}$. E' chiaro che siccome facendo la divisione di $\frac{42}{7}$ per 7 si trova 6 per quoziente,

così $\frac{42}{7}$ e 6 sono due espressioni del tutto eguali.

Se si dovesse ridurre in un rotto solo un intero unito ad un rotto si moltiplicherebbe l'intero per il denominatore del rotto, si aggiungerebbe il numeratore a questo prodotto, e della somma si farebbe il numeratore del rotto cercato; così $6\frac{3}{4}$

si riduce al rotto $\frac{27}{4}$, $3\frac{1}{2}$ si riduce a $\frac{67}{2}$.

52. Ridur più rotti allo stesso denominatore.

Moltiplicate il numeratore, poi il denominatore di ciascun rotto per ciascun denominatore di tutti gli altri rotti; troverete de' nuovi rotti che avranno lo stesso valore e lo stesso denominatore.

Si vuol ridurre $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ allo stesso denominatore :

moltiplico per 4 il rotto $\frac{1}{2}$ ed ho $\frac{4}{8}$ moltiplico per

2 il rotto $\frac{3}{4}$ ed ho $\frac{6}{8}$: le due frazioni ridotte sa-

ranno dunque $\frac{4}{8}$ e $\frac{6}{8}$.

Del pari per ridurre allo stesso denominatore

i rotti $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}$ moltiplico per 7 e per 4 il rotto $\frac{2}{3}$,

e ho $\frac{2 \times 7 \times 4}{3 \times 7 \times 4} = \frac{56}{84}$; moltiplico pure per 3 e per 4

il rotto $\frac{5}{7}$, e ho $\frac{5 \times 3 \times 4}{7 \times 3 \times 4} = \frac{60}{84}$; moltiplico infine

per 3 e per 7 il rotto $\frac{3}{4}$ e ho $\frac{3 \times 3 \times 7}{4 \times 3 \times 7} = \frac{63}{84}$:

sicchè le tre frazioni ridotte sono $\frac{56}{84}$, $\frac{60}{84}$, $\frac{63}{84}$, e

ciascuna è rispettivamente eguale a quella da cui prende la sua prima origine.

53. Col metodo stesso potrebbero ridursi i rotti al medesimo numeratore moltiplicando i due termini di ciascun per ciascun numeratore degli al-

tri: così i tre rotti $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}$ si riducono a $\frac{30}{42}$, $\frac{30}{40}$, $\frac{30}{40}$

ma questa riduzione allo stesso numeratore viene in uso raramente.

54. Per ridurre un rotto alla più semplice espressione.

Bisogna esaminar primieramente se il numeratore è più grande del denominatore, poichè allora dee dividersi il numeratore per il denominatore:

così $\frac{12}{4}$ si riduce a 3, cioè $\frac{2}{4} = \frac{8}{4}$, $\frac{8}{4}$ si riduce a 2.

Quindi bisogna vedere se il numeratore e il denominatore possono ambedue dividersi senza resto per uno stesso numero, poichè allora l'espressione diverrà più semplice senza cangiar valore, e diverrà tanto più semplice quanto è più grande il numero che divide i suoi due termini.

Questa riduzione è spesso impossibile; ma potendosi rare volte giudicare al primo aspetto, possiamo assicurarci per mezzo di certe proprietà dei numeri, di cui riporteremo le principali.

55. I. Ogni numero pari è divisibile per 2; onde finchè i termini d'un rotto saranno numeri pari, potranno sempre ridursi alla lor metà: il rotto

$\frac{128}{432}$ $\frac{8}{27}$ si riduce a $\frac{1}{27}$ dividendo quattro volte per 2.

II. Ogni numero che finisce in 0 è divisibile per 5 e per 10; così il rotto $\frac{20}{2}$ si riduce a $\frac{2}{1}$.

III. Ogni numero che finisce in 5 è divisibile per 5; così $\frac{15}{85}$ si riducono a $\frac{3}{17}$; $\frac{20}{215}$ si riducono a $\frac{4}{43}$.

IV. Ogni numero tale che la somma delle sue cifre sia un multiplo di 3 è divisibile per 3: così il rotto $\frac{288}{351}$ si riduce a $\frac{96}{117}$ e poi a $\frac{32}{39}$. E se di più il numero divisibile per 3 è pari; allora può dividersi per 6. Si può divider per 9 quando la somma delle sue cifre è multipla di 9 (31).

V. Quando le due ultime cifre d'un numero son divisibili per 4, quel numero può dividersi per

4. Il rotto $\frac{184}{240}$ può dunque ridursi a $\frac{46}{60}$, poi a

$\frac{23}{30}$ dopo di che egli è irriducibile: il rotto $\frac{2064}{3096}$

pub ridursi a $\frac{516}{774}$, poi a $\frac{172}{258}$ poi a $\frac{86}{129} = \frac{2}{3}$.

VI. Ogni numero e divisibile per 8 quando lo
 $\frac{774}{888} = \frac{111}{129}$
 sono le sue tre ultime cifre. Così $\frac{2401}{504} = \frac{111}{129}$.

56. Ma vi è un metodo generale fondato su questo principio che per ridurre alla più semplice espressione un rotto qualunque, bisogna dividere i suoi due termini per il loro più gran comun divisore.

Ora per trovare il più gran comun divisore possibile di due numeri qualunque, dividete il più grande per il più piccolo, e se la divisione riesce senza resto, il più piccolo numero è il più gran comun divisore cercato.

Se dopo la divisione si trova un resto, dividete il più piccolo numero dato per questo resto, e se la divisione si fa senza un nuovo resto, il primo resto è il divisore cercato.

Se si trova un secondo resto, dividete il primo per il secondo, e se la divisione si fa senza resto, il secondo è allora il divisor cercato.

In generale, il resto che divide esattamente il precedente è il più gran comun divisore cercato.

ESEMPIO. Si vuol ridurre alla più semplice

espressione il rotto $\frac{294}{91}$. 1. Dividete 294 per 91,
 $\frac{294}{91}$

troverete 21 per resto: 2. dividete 91 per il primo resto 21; sarà 7 il secondo resto; 3. dividete il primo resto 21 per il secondo 7, e non avrete

alcun resto. Dunque 7 è il più gran comun divisore di 294 e di 91: 4. dividendo dunque questi due numeri per 7 avrete per la più semplice es-

$$\text{pressione il rotto } \frac{13}{42} = \frac{91}{294}.$$

57. Ripigliamo queste diverse operazioni e facciamo vedere 1. che 7 è un divisor comune dei numeri proposti: 2. che è il più grande di tutti i divisori comuni,

Poichè 7. divide 21, dee dunque dividere $21 \times 4 = 84$ e perciò anche $84 \div 7 = 91$: ma se divide 91, dee anche dividere $91 \times 3 = 273$ e perciò $273 \div 21 = 294$; dunque 7 è il divisore comune de' due numeri proposti. Egli è anche il più grande di tutti i divisori comuni: poichè ogn' altro numero che dividesse 91 e 294, dovrebbe divider 21 primo resto e 7 secondo resto: ma un numero più grande di 7 non può essere un divisore esatto di 7.

58. Per dimostrare questa regola in un modo generale si osservi che due quantità son divisibili senza resto per un medesimo numero sol quando esse son prodotti esatti di questo numero. La quantità più grande è prodotta da questo numero preso più volte che nella più piccola. Ora due quantità A, B essendo così composte, 1. se togliendo la più piccola B della più grande A quante volte è possibile, per esempio tre volte, non vi è resto è chiaro che A è composta di B presa tre volte, che B è composta di B presa una volta, e che B in questo caso è il più gran comune divisore di A B.

2. Ma se avendo tolta B da A quante volte è possibile (cioè tre volte in questo esempio) si trova un resto C, allora $A \div B = 3$ è una quantità composta di B presa tre volte appunto, cioè $A \div B = 3 B$: onde le C è contenuta un certo numero di volte appunto, per esempio 4 volte, in B, sarà anche contenuta un numero appunto di volte in A $\div B$: infatti si avrà $B = 4 C$, onde $A \div B = 3 B$ diverrà $A \div B = 3 \cdot 4 C$, e perciò $A = 12 C$. Bisogna dunque togliere C da B quante volte è possibile, e se ciò si fa senza resto, C è la quantità che compone A, B.

3. Ma se avendo tolta C da B quante volte è possibile (cioè 4 volte) si trova un resto D, allora $B \div C = 4$ è una quantità composta di C presa appunto 4 volte, cioè $B \div C = 4 C$: onde se D è contenuta un certo numero di volte appunto, per esempio 3 volte, in C, entrerà appunto anche in A e in B, e farà il numero componente A, B: poichè si avrà $C = 3 D$, onde nell'equazione $B \div C = 4 C$ si avrà $B \div C = 4 \cdot 3 D$, e $B = 12 D$ e l'equazione $A \div B = 3 B$ diverrà $A \div B = 3 \cdot 12 D$ ed $A = 36 D$.

Continuando questo discorso si troverà che l'ultimo resto che può togliersi un certo numero di volte appunto dal resto precedente, è la quantità che ha servito a formare A, B, e che è perciò il loro più gran comun divisore.

E' evidente ancora che è lo stesso dividere una quantità per un'altra e toglierne quest'altra quante volte è possibile.

59. quando il rotto non può ridursi a un'espressione più semplice, le divisioni danno in fine l'uni-

Aritm.

D

tà per ultimo resto, perchè l'unità è un divisor comune a tutti i numeri. E un male di non poter conoscere che un rotto è irriducibile se non dopo aver fatta tutta la fatica necessaria per assicurarsene.

Per rendersi familiare la pratica di questa regola si moltiplichino successivamente per uno stesso numero i due termini di un rotto irriducibile; si vedrà che il più gran comun divisore dei rotti provenienti da queste moltiplicazioni sarà sempre il numero per cui si sarà fatta la moltiplicazione.

Per esempio, i due termini del rotto $\frac{2}{3}$ mol-

tiplicati per 84 danno $\frac{168}{252}$ e per ridurre quest'

ultimo rotto al primo basterà dividere 252 per 168, e poi 168 per 84, resto della prima divisione: si troverà che la seconda si fa esattamente, onde il più gran comun divisore cercato è 84.

Ecco alcune frazioni già ridotte:

$$\frac{441}{567} = \frac{7}{9}; \quad \frac{48}{272} = \frac{3}{17}; \quad \frac{840}{1848} = \frac{5}{11}; \quad \frac{3661}{11506} = \frac{7}{22}.$$

Eccone alcune altre da ridurre:

$$\begin{array}{llll} \text{E } \frac{504}{1152} & \text{C } \frac{1248}{2016} & \text{D } \frac{14349}{38234} & \text{E } \frac{202994}{293215} \end{array}$$

Del Sommare i Rotti.

6o, Per sommare i rotti *riducetegli allo stesso denominatore e con la somma di tutti i numeratori delle frazioni ridotte fate il numerator del nuovo rotto che abbia il denominator comune.*

Così per sommare i rotti $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ *riducetegli*

a questi, $\frac{3}{6}$ e $\frac{2}{6}$; la lor somma è $\frac{5}{6}$.

Per sommare i rotti $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ *gli riduco a*

questi (52), $\frac{16}{24}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{18}{24}$; la somma dei numeratori

è 46; dunque ho $\frac{46}{24}$ e riducendo all'espression più

semplice. $\frac{11}{12}$.

Se vi son numeri interi uniti ai rotti bisogna unir la lor somma a quella dei rotti; così 4

$\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} = 6\frac{5}{6}$; parimente $3\frac{2}{3} + 4\frac{3}{4} =$

$8\frac{5}{12}$.

*

Della Sottrazione dei Rotti.

61. Per sottrarre un rotto da un altro *riducetegli allo stesso denominatore*, prendete la differenza tra i due numeratori, e fatene il numeratore del nuovo rotto che abbia il denominator comune.

Così per sottrarre $\frac{1}{4}$ da $\frac{2}{3}$ riducetegli a que-

sti $\frac{3}{12}$, $\frac{8}{12}$; è chiaro che la differenza è $\frac{5}{12}$.

Essendovi degli'interi congiunti ai rotti bisogna sottrarli al solito, e unire la loro differenza

al nuovo rotto; così per sottrar $3\frac{1}{2}$ da $4\frac{3}{4}$ si
scriverà $1\frac{2}{8}$ o $1\frac{1}{4}$.

62. Ma se il rotto da sottrarsi è maggior di quello da cui si deve sottrarre o si de sottrar da un intero, allora bisogna ridurre in rotto un'unità dell'intero. Per esempio per sottrar $3\frac{2}{3}$ da 6

$\frac{1}{4}$ riduco la quantità $6\frac{1}{4}$ a $5\frac{5}{4}$ e riducendo
 $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{4}$ allo stesso denominatore, trovo $\frac{18}{12}$ e $\frac{15}{12}$;

sottraggo $\frac{18}{12}$ da $\frac{15}{12}$ e restano $\frac{7}{12}$ sottraggo di poi
 $\frac{3}{12}$ da $\frac{5}{12}$ e resta $\frac{2}{12}$: dimodochè la differenza è
 $\frac{7}{12} - \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$.

Parimente per sottrar $\frac{2}{3}$ da $\frac{4}{3}$, riduco $\frac{4}{3}$ a $\frac{3}{3}$
 $\frac{3}{3}$ e togliendo $\frac{2}{3}$ da $\frac{3}{3}$ mi restano $\frac{1}{3}$. Per
 togliere $\frac{4}{5}$ da $\frac{2}{5}$, riduco $\frac{2}{5}$ a $\frac{1}{5}$ e la differen-
 za è $\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{3}{5}$.

Della Moltiplicazione dei Rotti.

63. Il moltiplicatore d'un rotto può essere un numero intero o un numero frazionario. Nel primo caso si moltiplica per l'intero il solo numeratore, e si divide il prodotto per il denominatore della

frazione. Così $\frac{2}{13} \cdot 5 = \frac{10}{13}$.

Nel secondo caso si moltiplicano i due numeri l'uno per l'altro, e il loro prodotto si divide per quello dei loro denominatori. Così multi-

plicando $\frac{5}{7}$ per $\frac{3}{4}$ si ha $\frac{15}{28}$ per prodotto.

La ragione di queste due regole è facilissima. Poichè ricorrendo al principio della moltiplicazione si vedrà che il prodotto deve contener sempre il moltiplicando come il moltiplicatore contiene l'unità (24); ma nel primo caso il moltiplicatore 5 contiene cinque volte l'unità; bisogna dunque altresì che il prodotto contenga cinque volte il mol-

tuplicando $\frac{2}{13}$, e pereì che il prodotto sia $\frac{10}{13}$
 $= \frac{0.5}{13}$.

Per lo stesso motivo bisogna nel secondo caso che il prodotto sia $\frac{3}{4}$ del moltiplicando, perchè il

moltiplicatore è $\frac{3}{4}$ dell'unità. Ora $\frac{3}{4}$ di $\frac{5}{7}$ son

$\frac{15}{28}$, poichè il quarto di $\frac{1}{7}$ è $\frac{1}{28}$, onde il quarto

di $\frac{5}{7}$ è $\frac{5}{28} = \frac{5}{7 \cdot 4}$, dunque i tre quarti di $\frac{5}{7}$ son

$\frac{15}{28} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 4}$.

In altro modo. Se in luogo di moltiplicare $\frac{5}{7}$

per $\frac{3}{4}$ si fosser dovuti moltiplicare per 3. si do-

veva scrivere per la prima regola $\frac{15}{7}$ per prodot-
to; dunque moltiplicandoli per un numero quattro
volte più piccolo del 3, cioè per $\frac{3}{4}$, si deve ave-

re un prodotto quattro volte minore di $\frac{15}{7}$, cioè $\frac{15}{28}$

$$\text{Esempj. } \frac{5}{8} \cdot 9 = \frac{45}{8} = \frac{5}{8} \dots \frac{11}{18} \cdot 36 =$$

$$\frac{11 \cdot 36}{18} = \frac{11 \cdot 2 \cdot 8}{18} = \frac{11 \cdot 2}{1} = 22 \dots \frac{19}{24} \cdot 12 =$$

$$\frac{19 \cdot 12}{2 \cdot 12} = \frac{19}{2} = 9 \frac{1}{2} \dots \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 2}$$

$$\frac{1}{4} \dots \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \dots \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{40} =$$

$$\frac{3}{20} \dots \frac{8}{19} \cdot \frac{57}{64} = \frac{857}{19.64} = \frac{8.3.19}{198.8} = \frac{1}{8}$$

64. Giacchè ogni rotto propriamente detto è minore dell'unità, il prodotto di due di essi deve esser minore del moltiplicando nel rapporto medesimo in cui il moltiplicatore è più piccolo dell'unità. Perciò $\frac{1}{2}$ moltiplicando per $\frac{1}{2}$ dà per pro-

dotto $\frac{1}{4}$ ec.

65. Se il moltiplicando e il moltiplicatore fossero numeri interi uniti a dei rotti, si trasformerà ciascuno in un solo rotto per ridurgli al secondo caso di cui abbiamo parlato.

$$\text{Esempj. } 3 \frac{2}{9} \cdot 7 \frac{1}{3} = \frac{29}{9} \cdot \frac{22}{3} = \frac{638}{27}$$

$$23 \frac{17}{27} \dots 12 \frac{6}{7} \cdot 30 \frac{1}{90} = \frac{90}{7} \cdot \frac{2701}{90} =$$

$$\frac{2701}{7} = 385 \frac{6}{7} \dots 10 \frac{8}{100} \cdot 15 \frac{1}{10} =$$

$$\frac{1005}{100} \cdot \frac{151}{10} = \frac{151453}{1000} = 151 \frac{453}{1000}.$$

66. OSSERVAZIONI. I. Quando i rotti si debbono moltiplicar per numeri i quali son divisori esatti dei denominatori, si ha subito l'espressione più semplice del prodotto col dividere il denominatore per l'intero, in vece di moltiplicare il numerato-

$$\text{re. Così } \frac{5}{12} \cdot 2 = \frac{5}{6} : \text{ec.}$$

II. Spesso anche il numero moltiplicatore è eguale al denominatore medesimo. Allora il pro-

$$\text{dotto è eguale al numeratore: così } \frac{3}{11} \cdot 11 = 3 : \text{ec.}$$

III. Quando più rotti debbono moltiplicarsi gli uni per gli altri, è cosa rara che il calcolo non si possa abbreviare, scancellando i numeri comuni al numeratore e denominator del prodotto.

$$\text{Esempj. } \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \dots$$

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{21}{40} \cdot \frac{8}{9} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}. \text{ Ecco alcuni altri rotti}$$

$$\text{da ridursi: } \frac{5}{9} \cdot \frac{3}{5} = F' \dots \frac{7}{10} \cdot \frac{20}{21} = G'$$

$$\dots \frac{4}{27} \cdot \frac{5}{113} = H'.$$

Della Divisione dei Rotti.

67. O il divisore di un rotto è un numero intero o è un numero frazionario; se è intero, moltiplicate per questo numero il solo denominatore e dividete per il prodotto il numeratore della frazione. Così $\frac{3}{4}$ divisi per 2 danno $\frac{3}{4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$ per quoziente.

Se il divisore è frazionario, moltiplicate il numeratore del dividendo per il denominatore del divisore, e dividete il prodotto per quello del denominatore del dividendo moltiplicato nel numeratore

del divisore. Per esempio $\frac{2}{5}$ divisi per $\frac{3}{7} = \frac{27}{5 \cdot 3}$
 $= \frac{14}{15} :$

Per ben concepire queste due regole, bisogna ricordarsi, che in una divisione qualunque il quoziente deve contener l'unità, come il dividendo contiene il divisore (34): ma nel primo caso il divi-

dendo $\frac{3}{4}$ è $\frac{3}{8}$ del divisore 2; dunque il quoziente dev'esser $\frac{3}{8}$ dell'unità.

Oltre a ciò è facile di convincersene col ragionamento seguente. Dividere una quantità qua-

lunque per 2 è prenderne la metà: ora la metà di

$$\frac{1}{4} \text{ è } \frac{1}{8}: \text{ dunque la metà di } \frac{3}{4} \text{ son } \frac{3}{8}.$$

Nel secondo caso, se si fossero avuti solo

$$\frac{2}{5} \text{ da dividersi per 3, il quoziente sarebbe stato}$$

$$\frac{2}{5.3} = \frac{2}{15}: \text{ ma poichè il divisore } \frac{3}{7} \text{ è sette volte}$$

minor di 3, il quoziente $\frac{2}{15}$ è troppo piccolo sette

volte; bisogna dunque molti plicarlo per 7, il che

$$\text{fa } \frac{2.7}{5.3} = \frac{14}{15}, \text{ vero quoziente.}$$

Ciò può dimostrarsi altresì in questa maniera in una divisione qualunque il quoziente deve contenere il dividendo, come l'unità il divisore. Ora

$$\text{il divisore è qui } = \frac{3}{7} \text{ dell'unità; dunque il divi-}$$

dendo dev'essere $\frac{3}{7}$ del quoziente. Si ha dunque

$$\frac{2}{5} = \frac{3}{7} q \text{ (esprimendo per } q \text{ il quoziente cer-}$$

$$\text{sato): d'onde si ricava } \frac{2.7}{5.3} \text{ o } \frac{14}{15} = q.$$

68. Le divisioni dei rotti si verificano come quelle degli interi moltiplicando il divisore per il quoziente.

Ora il quoziente di una quantità divisa per un rotto propriamente detto dev' essere sempre più grande del dividendo. Poichè restando il dividendo medesimo, il quoziente sarebbe tanto più grande, quanto il divisore è più piccolo. Giacchè dunque egli è eguale al dividendo quando il divisore è 1, sarà maggiore di lui ogni volta che il divisore sarà minor dell'unità.

Se il dividendo ed il divisore fossero interi uniti a de' rotti, si trasformerà ciascun di essi in un solo rotto, sopra del quale si opererà secondo il solito.

69. Ma se il dividendo è un intero ed il divisore è un rotto, si moltiplicherà l'intero per il denominatore del rotto, e si dividerà il prodotto per il numeratore. Così 8 diviso per $\frac{3}{5}$ dà per

$$\text{quoziente } \frac{8 \cdot 5}{3} = \frac{40}{3} = 13 \frac{1}{3}.$$

La ragione è chiara; poichè se si trattasse di dividere 8 per $\frac{3}{8}$, si dovrebbe scrivere $\frac{8}{3}$; dunque

dividendosi 8 per $\frac{3}{5}$ cioè per una quantità cinque volte più piccola del 3, si deve avere un quozien-

te cinque volte più grande di $\frac{8}{3}$, cioè $\frac{40}{3} = 13$

$\frac{1}{3}$. Inoltre basta dare all'intero 8 la forma fra-

zionaria di $\frac{8}{1}$ per ridur quest'esempio alla seconda regola.

Esempj di divisioni di rotti per esercizio. (I due punti posti tra il dividendo e il divisore significano *diviso per*, come la linea di cui ci siamo serviti fin' ora).

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{5} = 1' \dots \frac{18}{19} : \frac{9}{38} = K' \dots \frac{1}{17} :$$

$$\frac{1}{17} = L' \dots 16 : \frac{16}{19} = M'.$$

70. OSSERVAZIONI. I Una porzione di rotto come sarebbe $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{7}$ si chiama *un rotto di rotto*.

E' chiaro che quest'espressione $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{7}$ significa

che bisogna prender tre volte il quarto di $\frac{2}{7}$. Bi-

sogna dunque primieramente dividere $\frac{2}{7}$ per 4, che

fa $\frac{2}{7 \cdot 4} = \frac{2}{28} = \frac{1}{14}$: e poi moltiplicare questo quo-

ziente $\frac{1}{14}$ per $\frac{3}{14}$, che darà $\frac{3}{14}$. Ma siccome quest'

ultimo risultato è l'espressione più semplice di $\frac{6}{28}$,

prodotto di $\frac{3}{4}$ per $\frac{2}{7}$, bisogna concludere 1. che

il valor d'un rotto di rotto si trova moltiplicando l'uno per l'altro i due rotti che l'esprimono: 2. che non vi è perciò differenza alcuna tra il valor

di $\frac{2}{7}$ di $\frac{3}{4}$ e quello di $\frac{3}{4}$ di $\frac{2}{7}$.

II. Se i rotti da dividersi hanno lo stesso denominatore, si ha subito per quoziente il rotto dei

due numeratori: così per dividere $\frac{3}{5}$ per $\frac{4}{5}$ ba-

sta scrivere $\frac{3}{4}$.

III. Se il numerator del dividendo può dividersi senza resto per il numerator del divisore, si divida per aver l'espressione più semplice: così

$\frac{9}{19}$ divisi per $\frac{3}{7}$ danno $\frac{21}{19}$ per quoziente. Lo stes-

so s'intenda dei denominatori: $\frac{3}{4}$ divisi per $\frac{1}{2}$
 danno per quoziente $\frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$.

IV. Se i termini dei rotti posson dividersi senza resto, si otterrà subito il quoziente effettuando la divisione: così $\frac{15}{16}$ divisa per $\frac{5}{8}$ danno per quoziente $\frac{3}{2}$.

DELLE FRAZIONI O ROTTI DECIMALI.

71. **P**er rotti decimali si intendono i rotti che hanno per denominatore l'unità con uno o più zeri: tali sono i rotti $\frac{3}{10}$, $\frac{23}{100}$, $\frac{541}{1000}$, $\frac{8}{10000}$ ec.

Sotto questa forma essi appartengono ai rotti ordinarij: onde son soggetti alle stesse regole e al medesimo calcolo.

Ma si è immaginato un compendio, sottintendendo sempre i denominatori delle frazioni o rotti decimali, e sostituendo alle generali alcune regole particolari, di cui ecco il fondamento:

72. Il sistema di numerazione spiegato parlando dei numeri interi è fondato sulla convenzione che ogni cifra posta alla destra d'un'altra le dà un valor decuplo (10): così per scrivere 3 decine

si pone o alla destra di 3 e si scrive 30; dunque per scriver 3 decimi basta porre 3 alla destra di o, e scriver o3.

Solamente per fissare il luogo delle unità semplici si è convenuto di separarle dal luogo dei de-

cimi con una virgola, e in vece di scriver $\frac{3}{10}$ si

scrive o, 3; si scrive o,2 per $\frac{2}{10}$; o,7 per $\frac{7}{10}$, o,9

per $\frac{9}{10}$, e se si avessero 10, 20, 30 decimi se ne farebbero 1, 2, 3 unità,

73. Con questi principj si vedrà che, occupando le centinaia il terzo luogo a sinistra partendo dalle unità, i centesimi debbono occupare il terzo luogo a destra; e come per scrivere cinquecento si fa 500, così per scrivere cinque centesimi si fa o,05; per esprimere ottomila si fa 8000, e per scrivere otto millesimi si fa o,008 ec. ec.

Se in vece di otto millesimi si fosse voluto scriverne dugento dodici, si sarebbe fatto o,212. In generale, si scrive sempre il numeratore come i numeri interi e il denominatore sott'inteso si rileva dal numero delle cifre che sono a destra della virgola; poichè questo numero fa sempre conoscere quello degli zeri che immaginiamo dopo l'unità del denominatore sott'inteso.

74 Dopo ciò si indovinerà senza pena il valore delle seguenti quantità.

o,1 = N 3,42 = O 354,0063 =
P 8,700201 = Q.

Tre dieci millesimi = R

Mille → quattro millesimi = S'

Nove → due milionesimi = P'

Tredici mila cento milionesimi = V'

75 Posto ciò, si vede che il primo luogo dei decimali a destra della virgola esprime decimi, il secondo centesimi ec.: cosicchè 2,9654. è un'es-

sione compendiosa della quantità $2 + \frac{9}{10} + \frac{6}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{4}{10000}$ che può ridursi a $2 + \frac{9654}{10000}$

*Della Somma, Sottrazione, Moltiplicazione
e Divisione dei Rotti Decimali.*

76. Se alle regole già date per i numeri interi si aggiunge quella che concerne la virgola dei decimali, il calcolo di questi rotti non ha difficoltà.

I. Debban sommarsi 4852,791 . . . 4,00745
. 2,7 0,0049; scrivo questi
quattro numeri l'un sotto l'altro osser- 4852,791
vando, che le virgole si trovino nella 4,00745
stessa colonna; poi gli sommo al sol- 2,7
ito, e scrivo la virgola nella somma to- 0,0049
tale sotto la colonna dell'altre virgole. —————

Altro esempio;

4859,5335

LEZIONE ELEMENTARI.

37,5602385642

91,7832036785

8,12

1,30005

 138,7634922427

II. La sottrazione dei decimali si fa come quella degli interi. Per intenderla basta osservar questi esempi:

57,02

4,8274

6,00435

8,842

 48,1

 2,0139

 0,17

 1,004554

8,92

2,8135

5,83435

7,837446

III. La moltiplicazione dei decimali non differisce quasi da quella dei numeri interi. Si moltiplicano al solito tutte le cifre del moltiplicando per ciascuna cifra del moltiplicatore senza osservare le virgole, ma fatta la somma dei prodotti si separano nel prodotto totale tante cifre a destra, quanti decimali sono nel moltiplicando e nel moltiplicatore: cosicchè se non fossero nel prodotto tante cifre quanti decimali son ne due numeri, si scriverebbe a sinistra un bastante numero di zeri; vedete il secondo esempio.

43,7	2,4542	3,7	21,32
1,3	0,0053	4,12	0,100003
131	73626	74	6396
437	122710	37	2132
56,81	0,01300726	148	2132
		15,244	2,10419596

77. Queste moltiplicazioni possono verificarsi con la semplice soppressione dei 9. (30) o con la divisione. Quanto alla regola particolare per i decimali da separarsi, se ne può render ragione così. Il prodotto contien sempre il moltiplicando, come il moltiplicatore contien l'unità (24); dunque se il moltiplicatore esprime per esempio dei decimi d'unità, il prodotto dee esprimersi decimi del moltiplicando, e se il moltiplicando esprime centesimi d'unità, il prodotto dee dare allora dei mil-

lesimi d'unità; così $\frac{1}{100} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = 0,001$

Ora è chiaro che per aver questi millesimi d'unità, bisogna che il prodotto abbia tre decimali, cioè tanti, quanti ne sono nei due fattori,

78. Quando il moltiplicando ha dei decimali e il moltiplicatore è 10, o 100, o 1000 ec., basta ritirar la virgola a destra per tanti numeri quanti sono zeri nel moltiplicatore: così $45,3289 \times 100 = 4532,89$ $0,007854 \times 10000 = 78,54$ $36,5 \times 1000 = 36500$.

*

79. Se il moltiplicando e il moltiplicatore avessero un gran numero di decimali, l'operazione sarebbe molto lunga e darebbe un risultato molto più esatto di quel che comunemente bisogna. Allora può rendersi più breve il calcolo così:

Supponghiamo per esempio che dovendo moltiplicare . . . 45,625957 per 28,635 io abbia bisogno d'avere il prodotto con tre soli decimali o con la differenza di meno d'un millesimo. Scrivo questi due numeri come qui sotto, cioè dopo aver rovesciato l'ordine dell'uno, lo scrivo sotto l'altro facendo risponder la cifra delle sue unità sotto il decimale immediatamente inferior di due gradi a quello a cui voglio limitare il mio prodotto. Quindi fo la moltiplicazione e trascuro nel moltiplicando tutte le cifre che sono a destra di quella per cui moltiplico, e a misura che muto cifra nel moltiplicatore, porto sempre la prima cifra del nuovo prodotto sotto la prima cifra del primo. Fatta la somma di tutti questi prodotti, sopprimo le due ultime cifre osservando d'aumentar d'un'unità l'ultima di quelle che restano, se le due sopprese passano cinquanta: dopo di ciò pongo la virgola avanti ai decimali che mi proposi d'avere.

45,625957

53682

91251914

36500760

2737554

136875

22810

130649913

prodotto 1306,499

Se si fosse fatta la moltiplicazione al solito si avrebbe avuto 1306,499278695 che si accorda col precedente fino al terzo decimale come si volea.

Se nel moltiplicando non fossero tanti decimali quanti la regola vuole, perchè la cifra dell'unità del moltiplicatore corrisponda ove è prescritto, si supplirebbe con degli zeri.

Giacchè è facile di rendersi ragione delle differenti parti del metodo, lasceremo che si cerchino questi piccoli dettagli.

80. IV. La divisione de' decimali differisce da quella degli interi in questo solo che *bisogna separar nel quoziente tante cifre a destra quanti decimali di più son nel dividendo che nel divisore.*

3	2,6	2,44
2,3115	3,22	20,074
6,9345	8,445	49,1
0,000	2,005	= 89520
	= 73	= 92250
		11944

Così nel secondo esempio si è fatta la divisione come se si fosse dovuto dividere 8445 per 322 e si è avuto il quoziente 26: ma poichè il dividendo avea tre decimali e il divisore due, se n'è posto uno nel quoziente scrivendo la virgola avanti a 6

81. Quando il divisore ha più decimali del dividendo (vedete il 3.^o esempio) si aggiungono degli zeri al dividendo in modo che i suoi decimali superino quelli del divisore, onde averne nel quoziente. Qui si suppone di averne aggiunto quattro; poichè dividendo 49,1000 per 20,074, si avrà 2,44.

Volendo considerare i resti di queste divisioni, bisogna aggiunger nuovi zeri, e i quozienti nati dalla divisione saranno nuovi decimali; così nel 2.^o esempio aggiunti tre zeri al resto 73, si avrebbe il quoziente 2,6226 con un resto 228.

82. La regola di queste divisioni è fondata sul principio che il quoziente dee sempre contenere l'unità come il dividendo contiene il divisore. Infatti il quoziente dee esprimer decimi d'unità per esempio, ogni volta che il dividendo esprime decimi del divisore: ora per esprimer decimi del divisore bisogna che il dividendo abbia un decimale più di lui: dunque allora il quoziente dee aver un decimale, cioè tanti, quanti ne son di più nel dividendo che nel divisore.

Quando un decimale si divide per 10, per 100 per 1000 basta avanzar la virgola di un di due,

$$\text{di tre gradi verso la sinistra: così } \frac{12465}{100} = 1,2465.$$

$$\dots, \frac{8,34}{1000} = 0,00834.$$

83. Quando col metodo ordinario le divisioni sarebbero troppo lunghe, atteso il gran numero di decimali, si può abbreviare il calcolo così:

Suppongo che si voglia dividere 32'22027 per 9,34528. Dopo aver disposti i numeri al solito, e reso uguale con gli zeri occorrendo il numero de' lor decimali, aggiungo al dividendo tanti zeri quanti decimali voglio aver nel quoziente (in questo esempio ne voglio cinque).

Separo nel dividendo tante cifre a destra quante ne sono nel divisore meno due (qui son quattro zeri perchè il divisore ha sei cifre) e poi divido al solito.

Se vi è un resto (come qui 446318) continuo a dividere non già per lo stesso divisor di prima, il che non è possibile, ma per questo divisore soppressa l'ultima sua cifra a destra cioè per 9,3452, quindi divido il nuovo resto per il divisor medesimo soppressa un'altra cifra a destra cioè per 9,345, e così continuo a dividere, sopprimendo a ogni divisione una cifra alla destra del divisore.

$$\begin{array}{r}
 3,447759 \\
 \hline
 9,34528 - 33,220170 \ 0000 \\
 \hline
 4184430 \\
 446318 \\
 72510 \\
 7095 \\
 557 \\
 92
 \end{array}$$

Trovato il quoziente, ne sopprimo l'ultima cifra osservando di aggiungere un unità all'ultima che resta, se quella che ho soppressa è maggiore di 5, e quindi separo a destra con una virgola tante cifre quanti decimali velli avere nel quoziente.

Dunque in questo esempio di quoziente è 3,44776.

Dalla trasformazione e utilità de' Decimali.

84. Si fa che i rotti ordinari posson trasformarsi in un'infinità d'altri che abbiano lo stesso valore. I decimali hanno lo stesso vantaggio in un modo più semplice, poichè sia il rotto 0,4; è chiaro che il suo valore non cangerà se il suo numeratore, e denominatore saranno moltiplicati per uno stesso numero; e se 10, 100, 1000 serve di moltiplicatore, aggiungendo uno, due, o tre zeri alla destra di 4 si farà in un tratto la moltiplicazione del numeratore e del denominatore (73). Così $0,4 = 0,40 = 0,400 = 0,4000 = \text{ec.}$

85. Quindi è che posson sopprimersi tutti gli zeri finali di un rotto decimale senza alterare il suo valore: ma sopprimendo altre cifre si vede bene che il rotto scemerebbe di valore: così sopprimendo 3 nella quantità 0,683 non resta che 0,68,

quantità minor della precedente di $\frac{3}{1000}$.

86. Per altro questa diminuzione è tanto meno sensibile quante più son le cifre del rotto: co-

si 0,680005 non scema che di $\frac{5}{1000000}$ sopprimen-

do l'ultima cifra 3: onde posson trascurarsi de' decimali in una quantità che n'ha molti senza diminuire sensibilmente il suo valore.

87. Dee però correggersi almeno in parte il piccolo error che ne risulta, se è possibile, e questa correzione consiste nell'aggiungere un'unità all'ultima cifra restante, quando quella che si sopprime supera 5. Trascuando per esempio i quattro ultimi decimali del rotto 0,12346889, si scriverebbe, 0,1235 e non 0,1234.

La ragione è, perchè 0,1235 differisce meno dalla quantità proposta che 0,1234; perchè $0,1235 = 0,12350000$, e $0,1234 = 0,12340000$: ora il rotto è tra questi due, ma si accosta più al primo.

88. In generale o la prima delle cifre sopprese è minor di 5, o è 5, o supera 5: nel primo caso nulla si aggiunge alla cifra che resta; nel secondo è in arbitrio di aggiungerle o no un'unità; nel terzo l'errore sarà sempre minore aggiungendola.

Sia per esempio il rotto 9,685243 esprimente lire e parti decimali di lira; volendo sopprimere

le tre ultime cifre 243, che vagliono appena $\frac{1}{17}$

di denaro, si scriverà 9,685: volendo sopprimere le quattro ultime 5243, il cui valore è poco più d'un denaro, si scriverà a piacere 0,08, ovvero 5,69; ma sopprimendo l'ultime cinque 85243, che

vagliano circa 20 denari = 1 g, bisognerà scrivere 9,7 e non 9,6: infatti il risultato totale del-

la quantità proposta essendo presso a poco 9 ¹³/_d, vi è più vicino 9,7 = 9 ¹⁴/_s, che 9,6 = 9 ¹²/_l.

89. Nei calcoli ordinari raramente bisognano più de' sei decimali; spesso anche basta calcolarne due o tre; ne è dunque superfluo il gran numero quando le circostanze non esigono grande esattezza.

90. Quando le prime cifre di due rotte decimali non sono le stesse, è chiaro che il più grande è quello le cui prime cifre son maggiori; così 0,8 supera 0,79 0,54 supera 0,53999 0,111 supera 0,1109999.

91. E se le prime cifre d'un rotto decimale son le stesse di quelle d'un altro, il più grande sarà sempre quello che avrà qualche cifra di più purchè non siano tutti zeri: così il rotto 0,76324102 è maggior del rotto 0,76324.

Abbiamo detto che 0,54 supererà 0,53999, e ora aggiungiamo che 0,54 supererà 0,53 per quanto si aggiungan cifre a 0,53: si avrà dunque 0,53999999 minor di 0,54 (90) e maggior di 0,53999 (91): del pari 0,539999992471 si accosta più a 0,54 che 0,53999999.

92. Quindi nasce la principale utilità de' decimali, che consiste nell'accostarsi sempre più all'eguaglianza colle differenti espressioni numeriche di cui non può aversi il valor rigoroso. Ora tutte le parti delle Matematiche offrono una folla d'

esempj di queste sorte d'*approssimazioni* ; eccone alcune cavate dalla semplice Aritmetica .

E' raro che un numero preso a caso sia divisibile per un altro numero preso nel modo stesso (44): quasi sempre vi è un resto che si unisce al quoziente in forma di rotto: così dividendo 147475 per 362 si trovò (41) per quoziente 407 col resto

141

141, di cui si fece il rotto $\frac{141}{362}$; ma questo rot-

to è incommodo quando si tratta di valutarlo in questa forma. Si è dunque immaginato un mezzo di trasformarlo in un altro, il cui valor sia lo stesso o almeno vi si accosti quanto il Calcolatore vorrà.

93. Questo mezzo si riduce ad aggiungere uno o più zeri a ogni resto di divisione, onde poterla continuare; e poichè aggiungendo un zero, questo resto diviene dieci volte troppo grande, si corregge l'errore che ne nasce, collocando nel luogo de' decimi la cifra venuta da questa ulteriore divisione. Ripigliando dunque l'esempio che precede, aggiungerei uno zero al rotto 141 e avrei 1410 da divider per 362. Il quoziente sarebbe 3 che scriverei tra i decimi; il nuovo resto sarebbe 324 a cui potrei aggiungere uno zero per formarne il nuovo dividendo 3240. Dividerei questo numero per lo stesso divisore 362, il che mi darebbe 8 per quoziente e 344 per resto. L'8 sarebbe messo nel luogo de' centesimi e l'aggiunta di un terzo zero mi farebbe trovar 9 per il luogo de' millesimi. Vi sarebbe ancora uno resto 182 che trascurerei in caso che bastassero tre decimali. Il quoziente

cercato sarebbe dunque $407,389 = 407 \frac{141}{502}$ con

la differenza di men d'un millesimo.

94. Tutti i rotti ordinarij posson trasformarsi del pari in decimali o perfettamente eguali o ap-

prossimati quanto si vuole; per esempia $\frac{1}{2}$ si trasforma in 0,5 il cui valore è esattamente lo stesso:

ma $\frac{1}{3}$ non è suscettibile che d'una approssimazione infinita, a cui così può procedersi. Aggiungete

uno zero al numero 1 e dividere 10 che ne risulta per il denominatore 3: il quoziente più prossimo in numeri interi sarà 3 che metterete nel luogo de' decimi; resterà uno a cui unirete un zero come sopra e avrete nuovamente 10 da dividere per 3: dunque il quoziente sarà 3 come prima, e ciò

non avrà mai fine; onde si avrà $\frac{1}{3} = 0,3333$ ec.

e perciò $\frac{2}{3} = 0,6666$ ec.

Lo stesso metodo fa trovare $\frac{1}{4} = 0,25$ dunque

$\frac{3}{4} = 0,75$; si trova ancora che $\frac{1}{5} = 0,2$;

onde $\frac{4}{5} = 0,8$. Il rotto $\frac{1}{6}$ si cangi in 0,1666

ec. ove si vede che tornando sempre la stessa cifra, non è possibile d' avere esattamente in deci-

mali il valor di $\frac{1}{6}$.

Il rotto $\frac{1}{7}$ è nello stesso caso: non si può

mettere in decimali senza trovare 0,142857 142857 142857 ec. Ora il ritorno periodico delle stesse cifre mostra l'impossibilità d'una trasformazione rigorosa. Per altro ne' due ultimi esempj si può spinger quanto si vuole l'approssimazione che ne risulta o scrivendo la stessa cifra o ripetendo lo stesso periodo senza ricominciare il calcolo.

95. In generale, è impossibile di ridurre in decimali un rotto ordinario in due casi. Il primo ha luogo ogni volta che due divisioni successive danno lo stesso resto. Il secondo quando le stesse cifre tornano con lo stesso ordine.

Segne di qui che il denominatore fa conoscere il limite più lontano del ritorno periodico di cui si tratta. Per esempio il denominatore 7 indica che

riducendo $\frac{1}{7}$ in decimali, le cifre non possono ri-

comparire nello stesso ordine più tardi del settimo luogo. Se ne troverà facilmente la ragione riflettendovi un poco. Ma ritornano spesso prima del luogo segnato dal denominatore, e si può vederlo

nel rotto $\frac{3}{13}$.

Di alcuni altri Rotti.

97. La specie dei rotti è sempre relativa all'unità di cui son parte, e poichè nelle Scienze, nelle Arti, nella Società stessa si impiegano diverse sorte d'unità, conviene notar qui i nomi de' loro rotti più comuni.

Il bisogno frequentissimo di un gran numero di divisioni nel circolo mosse gli antichi Geometri a dividere ogni circolo in 360 parti eguali chiamate *Gradi* (si preferì il numero 360 a ogn'altro numero inferiore perchè questo ha più divisori esatti, e si preferì a tutti i numeri superiori per fugir l'intrigo d'una maggior quantità di cifre).

Ogni grado è dunque $\frac{1}{360}$ della circonferenza del

circolo a cui appartiene. Ma avendosi spesso bisogno di diverse parti del grado, si pensò di considerare anche lui come un'unità divisa in 60 parti eguali chiamate *Minuti*; dunque ogni minuto è

$\frac{1}{60}$ di grado e perciò $\frac{1}{21600}$ di circonferenza.

Per avere una misura ancor più precisa degli archi circolari si è suddiviso il minuto in 60 *Secondi*, il secondo in 60 *Terzi*, il terzo in 60 *Quarti* ec. Vi son dunque 1296000 secondi in ogni circonferenza e perciò 77760000 terzi. Ogni grado è 3600 secondi e 216000 terzi.

Si è abbreviato il discorso dando dei segni particolari alle diverse parti del circolo, ed in ve-

de è $\frac{1}{6}$ della tesa, il pollice ne è $\frac{1}{70}$, la linea

$\frac{1}{864}$, e il punto $\frac{1}{10368}$. Il braccio ha 20 parti chiamate soldi ec.

Avendo i bisogni della Società e del Commercio introdotti i Pesi e le Monete, ogni Nazione e quasi ogni Città volle aver i suoi. Di qui la diversità tanto imbrogliata di pesare e di contare.

Bisognava però stabilire un' unità di peso, e un' unità di moneta per base di queste due operazioni, e ogni paese ne scelse una. Quella del peso si chiama *Libbra*, e quella della moneta *Lira*.

La prima si divide tra noi in 12, e tra i Francesi in 16. parti eguali dette *Once*; l' oncia è tra noi di 24 *Denari*, e tra i Francesi di 8 *Grossi*; il denaro è di 24. Grani, ed il grosso di 72. Una libbra pesa dunque tra i Francesi 128 grossi, o 9216 grani: fra noi 288 denari, o 6912 grani. I Francesi impiegano spesso un altro rotto di libra, il quale ne è la metà, e si chiama *Marco*; il marco dunque contiene 8 once.

La lira si divide in *Soldi* 10; il soldo in 12 *Denari*: così ogni lira contiene 240 denari. Il resto delle monete si rapporta ordinariamente a queste tre sorte; lire, soldi, e denari.

98. Posto ciò, applichiamo le prime regole d' Aritmetica a queste diverse grandezze, e primieramente debbano sommarsi. Per farlo si cominciano a scrivere l' uno sotto l' altro le parti di un stesso no-

Arit.

F

me; poi si somma ciascuna colonna andando da destra a sinistra, e si scrive ciò che resta dopo averne tolto, se si può, di che formare una o più unità che si portano alla colonna seguente. Ecco gli esempj.

				tese piedi poli lin. pun.			
56°	25'	47'		3°	17 ^{or}	42'	16"
49	3	28		9	13	25	33
55	31	49		11	23	17	42
141	31	4		25	6	25	31
				168	4	1	6 11

libbre once denari grani				libbre once grossi grani			
14	8	22	16	10	15	7	70
8	6	4	0	9	10	4	18
3	5	7	20	47	3	6	40
26	8	10	12	13	0	35	
				68	11	3	39

Libre	Soldi	Denari
325	17	4
15	11	6
35	1	8
4	10	0
371	0	6

99. La sottrazione si fa colla stessa facilità. Dopo avere scritte le stesse specie l'una sotto l'altra, si sottraggono successivamente tutte le parti dell'una dalle parti corrispondenti dell'altra, e se a caso alcuna delle prime supera la corrispondente, si toglie un'unità dalla colonna che segue nel numero superiore per decomporla in tante unità del genere di quelle da sottrarsi. Il resto s'intende assai coi seguenti esempj.

48 ^o	16'	17"	19 ^s	14 ^{or}	19'	40,,	17 ^s	11 ^{or}	47'	5"
25	3	12	3	11	43	36	13	18	95	4"
23	13	5	16	2	56	10	3	16	51	25

tese	piedi	pollici	linee	punti	libbre	once	grossi	grani
100	0	0	0	0	47	10	2	55
17	4	5	11	8	12	12	5	22
82	1	6	0	4	34	13	5	43

libbre	once	danari	grani	lire	soldi	denari
14	5	19	15	655	3	4
11	9	23	17	30	6	8
2	7	19	22	624	16	8

100. Benchè la moltiplicazione, e la divisione di tutte queste quantità, a riserva di quelle che han relazione alla tesa o al braccio, non abbiano molto luogo nelle Matematiche; contuttociò è a proposito di parlar quì di queste due regole a mo-

*

tivo dell' uso frequente che se ne fa nella Società.

Si cerca adunque, per esempio, il prezzo di Braccia 246 di Stoffa la quale vaglia 6^l 15^f 9^d il Braccio.

Moltiplico il numero del	678	16.	—	×	2	
varie specie per 10, e scri-	67	17.	6	×	4	
vo il prodotto sopra di lui; 246	×	6	15.	9	×	6
moltiplico nuovamente per 10						
questo prodotto, e ciò tante	1357.	10	—			
volte quante bisogna per di-	271.	10	—			
stribuire le cifre del multipli-	40.	14	6			
catore come nell'esempio. E'						

chiaro che moltiplicando la quantità superiore (centupla della prima) per 2, avrò lire 1357. 10 —, valor di 200 Braccia; moltiplicando la quantità che ne segue (decupla della prima) per 4, avrò il valor di 40 Braccia; e finalmente moltiplicando per 6 la prima, avrò il valor di 6 Braccia; i quali valori raccolti mi daranno il prezzo di Br. 246.

Se poi anche il moltiplicatore contenesse diverse specie, si opererebbe in questo modo. Si cerchi
tese pie. pol.

per esempio il prezzo di 42 5 4 a l.
18. 6. 8. la tesa, Poichè qui si vuole il prodotto
in lire, moltiplico le lire come sopra per 10 ec.,

e poichè i piedi sono tese piedi poll.

$\frac{1}{6}$ della tesa divido le 42. 5. 4. a $\frac{183. 6. 8. \times 4}{18. 6. 8. \times 2}$

lire date per 6; indi divido il quoziente trovato per 12, perchè i

$\frac{1}{12}$ polici sono $\frac{1}{12}$ del piede.

Fatto ciò distribuisco il moltiplicatore nell'esempio, e moltiplico per ciascuna cifra la quantità corrispondente. E' chiaro che il primo e secondo prodotto daranno il valore delle diecine e dell'unità degl'interi: il terzo e il quarto daranno i sestì e dodicesimi di un sesto; onde il valor raccolto insieme sarà quello delle tese, piedi, e pollici proposti.

Osservando che se in vece di moltiplicare le lire, moltiplicassi le tese, avrei il prodotto in tese e non già in lire (come talvolta può abbisognar-
mi) e questo prodotto sarebbe 786 $\frac{1}{9}$, un
 $\frac{1}{3}$

$$\begin{array}{r}
 6 \text{ } \swarrow \quad 3. 1. 1 \overset{1}{\text{---}} \times 5 \\
 \quad \quad \quad 3 \\
 \hline
 12 \text{ } \swarrow \quad \text{---} . 6. 1 \overset{1}{\text{---}} \times 3 \\
 \quad \quad \quad 9 \\
 \hline
 733. 6. 8 \\
 36 \text{ } 13 \text{ } 4 \\
 \quad \quad \quad 2 \\
 15 \text{ } 6 \text{ } \text{---} \\
 \quad \quad \quad 3 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 4 \\
 1 \text{ } 0 \text{ } 4 \text{ } \text{---} \\
 \quad \quad \quad 9 \\
 \hline
 786 \text{ } 5 \text{ } 11 \text{ } \text{---} \overset{1}{\text{---}} \\
 \quad \quad \quad 9
 \end{array}$$

poco diverso da quel di sopra nelle frazioni: ma è

da notarsi che $\overset{s}{5} \overset{d}{11} \overset{1}{-}$ rispetto alle lire son pre-

cisamente lo stesso che $\overset{9}{p} \overset{pol}{1} \overset{1}{-}$ riguardo alle tese
 $\overset{3}{-}$

cioè $\overset{8}{-}$

27

101 Noto di passaggio che per prendere la decima parte di un numero di lire, basta raddoppiare la cifra delle unità, e valutarla per soldi. Le cifre che rimangono a sinistra di essa saranno le lire.

Così lire $\overset{12}{-} =$ lire 1. 4. $\overset{347}{-} =$ li-
 $\overset{10}{-}$ $\overset{10}{-}$

re 34. 14. ec.

La ragione è chiara.

Per chi si voglia assicurare di aver la pratica di questa regola, si aggiungono tre quesiti da risolversi: i risultati de' quali sono alle lettere X' Y' Z'.

I. Una libbra di tabacco costa lire 3 4. —: quanto costeranno 19 libbre, e 13 oncie (presa la libbra alla Francese)?

II. La tesa corrente di un muro, di cui son date la grossezza, e l'altezza, costa lire 37. 10. —: tes pi pol

cosa costeranno 9 5 1 di questo muro?

III. Si è convenuto di pagare un cerchio diviso in gradi, minuti, e secondi a ragione di lire 7. 8. — per grado, L'artefice incaricato di questa

graduazione ha di già diviso $258^{\circ} 48' 2''$. Di qual somma sarà egli creditore al presente?

102. In vece del metodo già spiegato per simili moltiplicazioni, può trasformarsi il moltiplicando, e il moltiplicatore in parti della più piccola specie, e moltiplicarsi insieme le quantità frazionarie che ne risultano, e che dipoi si riducono all'espressione loro propria. Così nell'esempio ad-

tese pi pol
dotto di sopra le 42 5 4 (che sono 42
5 4 386
* — * — di tesa) si ridurranno a — di te-
6 72 9

sa: le lire 18. 6. 8. (che sono 18 * — * —
20 240

55
di lira) si ridurranno a — e moltiplicando questi
3

due rotti si avranno $\frac{21030}{27} = 786 \frac{3}{27}$ che ridot-

te all'espressione di lire daranno lire 786. 5. 11.

$\frac{1}{9}$, e all'espressione di tese daranno $786 \frac{1}{9}$ t pi

9
pol 1

9 • $\frac{1}{3}$ come sopra. Questo metodo è per altro

ordinariamente più lungo assai, e di minor uso.

103. Quanto alla divisione di queste quantità,

essa non è molto difficile quando il divisore è d'una sola specie. Eccone la regola. Si voglia verificare il primo esempio di sopra, cioè si debban dividere lire 1669. 14. 6. per 246. Divido primieramente le lire, ed ho per quoziente 6 che scrivo di sopra, e per avanzo 193 che riduco i soldi moltiplicandolo per 20, ed osservando di aggiunger al prodotto i soldi della quantità proposta. Proseguo al solito la divisione che mi dà 15 per quoziente, e 164 per resto, il quale moltiplico per 12

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 6. \quad 15. \quad 9 \\
 \hline
 \end{array} \\
 \text{per } 247 = 1669. \quad 14. \quad 6 \\
 \underline{193. \quad \times \quad 20.} \\
 3874 \\
 \quad \cdot \quad \cdot \\
 1414 \\
 \underline{184 \quad \times \quad 12} \\
 2214 \\
 = 00
 \end{array}$$

che coll'aggiunta de' 6^d mi dà per prodotto 2214 e per quoziente 9 senza resto. L'intero quoziente è dunque lire 6. 15. 9, come dovea essere.

E' chiaro che se uno di questi avanzzi moltiplicato per il numero rispettivo restasse ancora più piccolo del divisore, si passerebbe a moltiplicarlo subito per il numero moltiplicatore del nuovo resto scrivendo zero al quoziente. In tale maniera dividendo lire 526 — 5 per 35, avremo lire 15 — 7

Un poco più di difficoltà si trova in questa divisione quando il divisore contiene anch'esso diver-

se specie. Eccone tut-
tavia una regola mol-
to breve. Si vuol di-
videre lire 786 5⁶

tese pie poll.

18. 6. 8.

1
— per 42^{tes} 5^{pi} 4^{pel}

42. 5. 4—786. 3. 11 — $\times$ 71

9

42 $\times$ 6 566 13. 6. 8. 9

in riprova del cal.—

colo del secondo e 257 $\times$ 12 25733

sempio. Riduco in — 1 1009 $\times$ 20

divisore tutto alla 3 0 8 8. —

specie inferiore ulti- 20586

ma, come qui le te- 2058 $\times$ 12

se ai pollici; cioè

moltiplico 42 per 6, 247 4

aggiungendo al pro- = 000

dotto (che son le tese ridotte in piedi) i 5 piedi
del divisore, ed ho 257: moltiplico qu- to 257 per
12, e al prodotto (che son le tese e i piedi ridot-
ti in pollici) aggiungo 4 ed ho 3088 pollici o sia-
3088

— di tesa. Dipoi moltiplico per 72 le lire 786.

72

5. 11. —, (E' chiaro infatti che per dividere que-

9

sta quantità per una frazione dee cominciarsi dal
moliclicarla per il suo denominatore (69). Final-
mente divido il prodotto, che è lire 566 13. 6. 8,
per 3088: come nell' esempio premesso, e trovo il
ricercato quoziente senza alcun resto, che è lire 18.
6. 8. come si è visto di sopra.

Quando il divisore, o moltiplicatore non sieno

numeri primi, si può dividere, o moltiplicare una quantità per uno de' suoi fattori, e insegnito il risultato per un altro fattore (come qui prima per 16 e poi per 193) e ciò si dice operar per *ripiego*; questa regola è però d' un uso assai limitato.

Ecco per tanto a che si riducono presso a poco le regole principali dell' Aritmetica. Per trattare in un modo più generale la *Formazione delle Potenze*, l' *Estrazione delle Radici*, la *Regola del Tre*, e le altre che ne dipendono, premetteremo i principj del calcolo algebrico.

*Risultati delle Soluzioni di alcuni Problemi
Enunziati nell' Aritmetica.*

Pagine

11	A . . .	Settantacinque.
Ivi	B . . .	Ottocento novante tre.
Ivi	C . . .	Mille cent' undici.
Ivi	D . . .	Sessantasette-mila cinque cento nove.
Ivi	E . . .	Dieci-milioni dugento-mila settecen- t' uno.
Ivi	F . . .	302.
Ivi	G . . .	8001.
Ivi	H . . .	15016.
Ivi	I . . .	50001000.
Ivi	K . . .	22004000079.
14	L . . .	24619.
Ivi	M . . .	181164.
Ivi	N . . .	11167080.
18	O . . .	2000.
Ivi	P . . .	145.
Ivi	Q . . .	1111.
Ivi	R . . .	429.
Ivi	S . . .	73616.
22	T . . .	1723392848432.
Ivi	V . . .	4943221371825660.
Ivi	X . . .	101932631112635269, 2443
38	Y . . .	399 — 2568
Ivi	Z . . .	387 — 21998 99817

	112735
38 A' . . .	685679
	7
50 B' . . .	16
	13
Ivi G' . . .	21
	3
50 D' . . .	8
Ivi E' . . .	irriducibile.
	1
57 F' . . .	3
	2
Ivi G' . . .	3
Ivi H . . .	1.
	1
61 I' . . .	2
Ivi K' . . .	4.
Ivi L' . . .	1.
Ivi M' . . .	19.
60 N' . . .	un decimo.
Ivi O' . . .	tre unità, quarantadue centesimi.
Ivi P' . . .	tre-cento-cinquanta-quattro unità, ses- santa tredieci-millesimi.

Pagine

64 Q' . . . otto unità, sette-cento-mila-dugent' uno
millionesimo.

65 R' . . . 0.0003.

Ivi S' . . . 1000,004.

Ivi T' . . . 9.000002.

Ivi V' . . . 0,013100.

86 X' . . . 63. 8. —

Ivi Y' . . . 374. 9. 7.

18

Ivi Z' . . . 1915. 2. 16 —

25



INDICE

DEI CAPITOLI

E DI ALCUNI METODI PRINCIPALI.

ELEMENTI D'ARITMETICA	Pag. 9.
<i>Delle Regole dell' Aritmetica</i>	12
<i>Del Sommare</i>	13
<i>Della Sottrazione</i>	15
<i>Della Moltiplicazione</i>	18
<i>Della Divisione</i>	26
<i>Primo caso della Divisione</i>	28
<i>Secondo caso della Divisione</i>	31
<i>Terzo caso della Divisione</i>	33
 DEI ROTTI	 39
<i>Di alcune operazioni preliminari</i>	42
<i>Del Sommare i Rotti</i>	51
<i>Della Sottrazione dei Rotti</i>	52
<i>Della Moltiplicazione dei Rotti</i>	53
<i>Della Divisione dei Rotti</i>	58
 DEI ROTTI DECIMALI.	 63
<i>Della Somma, Sottrazione, Moltiplicazione, e Divisione dei Rotti Decimali</i>	65
<i>Della Trasformazione e utilità dei Decimali</i>	77
<i>Di alcuni altri Rotti.</i>	79

